



TITLE:

# 植生及び土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの作成

AUTHOR(S):

平岡, 久司

---

CITATION:

平岡, 久司. 植生及び土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの作成.  
2004

ISSUE DATE:

2004-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/84773>

RIGHT:

---

植生および土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの作成

---

(課題番号 1 3 6 5 0 6 5 1)

平成 1 3 年度～平成 1 5 年度科学研究費補助金  
(基盤研究 (C)) 研究成果報告書

京 都 大 学 図 書



1040945683

附 属 図 書 館

平成 1 6 年 5 月

研究代表者 平 岡 久 司

(京都大学 学術情報メディアセンター 助教授)



## 植生および土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの作成

(課題番号 13650651)

場合	費対開	費経直
0.1	0	0.1
0.0	0	0.0
0.0	0	0.0
0.0	0	0.0

平成13年度～平成15年度科学研究費補助金  
(基盤研究(C)) 研究成果報告書

平成16年5月

研究代表者 平岡 久 司  
(京都大学 学術情報メディアセンター 助教授)

## はしがき

この報告書は、文部科学省科学研究費補助金を受けて、平成13年度より平成15年度までの3か年をかけて行った「植生及び土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの作成」(基盤研究(C))の成果をとりまとめたものである。

この研究の目的は、植生及び土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの作成することにより、植生及び土壌の熱・水分・二酸化炭素収支を数値的に予測できるようにすることである。

研究方法としては、植生及び土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルを作る上で、モデルを数個のサブモデルに分解し、個々のサブモデルを作成、検証した後に、これらのサブモデルを統合し、土壌の熱・水分・二酸化炭素収支モデルを作成、検証した。

## 研究組織

研究代表者： 平岡久司(京都大学学術情報メディアセンター助教授)

## 交付決定額

(金額単位：千円)

	直接経費	間接経費	合計
平成13年度	140	0	140
平成14年度	60	0	60
平成15年度	60	0	60
総計	260	0	260

## 研究発表(学会誌等)

1. 平岡久司：樹木の熱・水分・二酸化炭素収支のモデル化に関する考察，日本建築学会計画系論文集，第546号，pp.53-60，2001.
2. 平岡久司：植栽内熱・水分収支モデルの検証，日本建築学会計画系論文集，第558号，pp.31-36，2002.
3. Hiraoka, H.: Modeling the budgets of heat, water vapor, and carbon dioxide within a tree. In 'Advances in Fluid Modeling and Turbulence measurements', (ed. by Wada, A., Ninikata, H., and Tanaka, N.), pp.727-734, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2002.

## 目 次

1 章	はじめに	1-1
2 章	根からの水分吸収モデル	
	1. はじめに	2-1
	2. 植生のある土壌内での熱・水分同時移動モデル	2-1
	3. Molz による根からの水分吸収モデル	2-1
	4. まとめ	2-4
3 章	Ross の植物群落内放射伝達モデル	
	1. はじめに	3-1
	2. 個葉の散乱、吸収特性の定義	3-1
	3. Ross の植物群落内放射伝達モデルの導出	3-2
	4. Ross の放射伝達モデルの問題点	3-7
4 章	Ross の放射伝達モデルの検証 (Szeicz の測定との比較)	
	1. はじめに	4-1
	2. 1次元植物キャノピーにおける Ross の放射伝達モデルの解法	4-1
	3. 測定データとの比較	4-4
	4. まとめ	4-9
5 章	Ross の放射伝達モデルの検証 (Ranson の測定との比較)	
	1. はじめに	5-1
	2. Ranson (1983)の測定についての概要	5-1
	3. 計算方法の概要	5-4
	4. Reflectance Factor (RF) の計算結果と測定データとの比較	5-9
	5. まとめ	5-14
6 章	拡散近似による Ross の放射伝達モデルの解法	
	1. はじめに	6-1
	2. Ross の植物群落内放射伝達モデル	6-1
	3. 拡散近似式の導出	6-2
	4. 拡散近似における境界条件	6-4
	5. 拡散近似の意味	6-5
	6. 拡散近似解と精緻解との比較	6-7
	7. まとめ	6-7
	8. APPENDIX	6-10

7 章	植物群落内の乱流モデル	
	1. はじめに	7-1
	2. 平均化操作	7-1
	3. 基礎式	7-4
	4. 平均流の式	7-9
	5. 乱流統計量の式	7-11
	6. 物体から働く力 $F_i$ の定義	7-17
	7. $(k-\epsilon)$ 2 方程式モデルの作成	7-17
	8. Differential Stress Model の作成	7-21
	9. まとめ	7-22
8 章	植物群落内乱流モデルの検証	
	1. はじめに	8-1
	2. 植物キャノピー内の 1 次元乱流場の解析	8-1
	3. モデルからの計算結果と測定データとの比較	8-5
	4. まとめ	8-7
9 章	気孔コンダクタンスのモデル化	
	1. はじめに	9-1
	2. 気孔コンダクタンスモデルの分類	9-2
	3. Collatz らの気孔コンダクタンスモデル	9-3
	4. まとめ	9-8
10 章	植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルとその樹木への適用	
	1. はじめに	10-1
	2. 植栽内熱・水分・二酸化炭素収支モデルの概要	10-1
	3. 樹木模型への適用と計算結果	10-8
	4. まとめ	10-18
11 章	植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの検証	
	1. はじめに	11-1
	2. 検証方法	11-1
	3. 計算結果と測定値との比較	11-4
	4. まとめと今後の課題	11-6

## 第1章 はじめに

都市の熱環境を数値モデルにより定量的に予測しようとする、植栽の熱・水分収支モデルが必要になる。この研究は、植栽の熱・水分収支モデルの構築を目標としている。植栽の熱・水分収支モデルの作成の際には、次のサブモデルが必要になる。

植栽内の乱流モデル

植栽内の放射伝達モデル

気孔コンダクタンスモデル

根からの水分吸収モデル

土壌内の熱・水分同時移動モデル

根呼吸モデル

土壌呼吸モデル

この研究では、根呼吸モデルと土壌呼吸モデルを除いて、各サブモデルを考察した。また、乱流モデル、放射伝達モデル、そして気孔コンダクタンスモデルを統合して、植栽の地上部分（葉部分）の熱・水分・二酸化炭素収支モデルを作成し、モデルの検証も行った。この植栽モデルを樹木に適用に樹木の熱収支の詳細についても詳細に調べたので報告する。

第2章では、根からの水分吸収モデルと土壌内の熱・水分同時移動モデルについて報告する。第3章から第6章では、植栽内の放射伝達モデルについて述べる。第3章では、モデルの導出について説明する。第4章と第5章ではモデルの検証を行う。第6章では、植栽内の放射伝達モデルの拡散近似法について述べる。第7章では植栽内の乱流モデルの作成を試みる。第8章ではこの乱流モデルの検証を行う。第9章では気孔コンダクタンスモデルについて説明する。第10章では、乱流モデル、放射伝達モデル、そして気孔コンダクタンスモデルを統合した、植栽の地上部分（葉部分）の熱・水分・二酸化炭素収支モデルを作成する。このモデルを樹木に適用し、樹木（葉群）の熱収支の詳細を数値シミュレーションによって調べ、各サブモデルがどの程度の精度を必要とするかの検討を行う。第11章では、綿畑での測定データとの比較から、この植栽の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの検証を行う。



## 第2章 根からの水分吸収のモデル化

### 1. はじめに

この章では、植生のある土壌内での熱・水分同時移動モデルと根からの水分吸収モデルについて考察する。土壌内の熱・水分同時移動式については、既に、Philip and de Vries (1957)、松本 (1978)、Sasamari (1970)、Camillo ら(1983)によって研究されている。この熱・水分同時移動式に根からに吸収関数を加えることにより、植生のある土壌内での熱・水分同時移動モデルが作成できる。

### 2. 植生のある土壌内での熱・水分同時移動モデル (Philip and de Vries (1957)、松本 (1978))

植生のある土壌内での熱・水分同時移動モデルは以下のように表される。

$$\frac{\partial CT_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \lambda^* \frac{\partial T_s}{\partial x_j} \right] + \rho_w L \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_{\theta,v} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right] \quad (2-2-1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_T \frac{\partial T_s}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right] + \delta_{j3} \frac{\partial K}{\partial x_j} - S \quad (2-2-2)$$

$$\lambda^* = \lambda + \rho_w L D_{T,v} \quad (2-2-3)$$

[記号]

$T_s$ : soil temperature [C],	$\lambda$ : heat diffusivity of soil [W/s]
$\theta$ : volumetric water content of soil [-],	$K$ : hydraulic conductivity of soil [m/s]
$\rho_w$ : density of liquid water [Kg/m <sup>3</sup> ],	$D_\theta$ : isothermal moisture diffusivity [m <sup>2</sup> /s]
$C$ : volumetric heat capacity of soil [J/m <sup>3</sup> C],	$D_T$ : thermal moisture diffusivity [m <sup>2</sup> /sC]
$L$ : latent heat of water [J/Kg],	$D_{\theta,v}$ : vapor moisture diffusivity [m <sup>2</sup> /s]
$S$ : water extraction function [s <sup>-1</sup> ],	$D_{T,v}$ : thermal vapor diffusivity [m <sup>2</sup> /sC]

拡散係数 ( $D_\theta$ ,  $D_T$ ,  $D_{\theta,v}$ ,  $D_{T,v}$ ) の詳細については、Philip and de Vries (1957)、松本 (1978)、Sasamari (1970)、Camillo ら(1983) 参照。ここでは、吸水関数 ( $S$ ) について考察する。

上式では、一般の土壌内の熱・水分同時移動式に根からの吸水関数  $S$  が加えられている。吸水関数の有無が、土壌内の水分含水率に大きく影響することは、Hillel (1980) の数値実験で明らかになっている。この吸水関数をどのようにモデル化するかが、この章での課題である。以下では、Molz (1974, 1976, 1981a, 1981b) に従ったモデル化を説明する。

### 3. Molz による根からの水分吸収モデル

この節では、Molz (1981a) による根からの水分吸収モデルについて示す。モデル化を行う前提として以下の仮定が用いられている。

(a) 葉の気孔内では、水分は葉温で飽和している。

(b) 植物内での水ポテンシャルは一定と近似できる。

葉での水ポテンシャルは、だいたい-1Mpa 程度（しおれ点での水ポテンシャルは-1.5Mpa 程度）である。葉温を 25 度とすると、これは相対湿度で表すと 99.3%（しおれ点では 98.9%）になる。根からの水分供給が十分な場合には、仮定(a)は妥当である。この仮定を用いて葉面での蒸散を求めても誤差は少ない。

Herkerlath (1977a) による実験では、仮定(b)の妥当性を示している。植物内では水ポテンシャルにそれほど分布ができないことは他の多くの文献で述べられている（例えば、Hillel (198), Nobel (1983)）。しかし、仮定(b)が、吸収関数の分布形にどの程度影響するか、またそれが土壌の温度分布、含水率分布にどの程度の誤差を生じさせるかを調べておく必要がある。

以下に、Molz のモデルについて説明する。

### 3. 1 single-root radial model

吸水関数をモデル化する前段階として、根の一部のみを取り上げ、一本のシリンダーと見なせる場合を考える。根の中心を原点として根の中心からの距離（ $r$ ）を用いて、根（皮層部分）と土壌内の水分移動の式を円筒座標で表すと、次のようになる。

(土壌部)

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial \phi_s} \right) \frac{\partial \phi_s}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K \frac{\partial \phi_s}{\partial r} \right) \quad (2-3-1)$$

(根部分)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{D}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (2-3-2)$$

[記号]

$\theta$  : volumetric water content of soil,

$D$  : tissue diffusivity

$\phi_s$  : water potential of soil,

$\phi$  : water potential of root

$K$  : hydraulic conductivity of soil

ただし、水分移動の式は水ポテンシャルで表した。また、土壌内では液水移動のみを考慮し、気相移動は無視している。

根内部（皮層部分）での式は、植物生理の知識を基に誘導される。原形質連絡（plasmodesmata）での水分移動を省略すると、細胞間での水分移動の拡散係数は次式で現される。（Molz and Ikenberry, 1974）。

$$D = \frac{\Delta x [K_w a + L_p \Delta x A / 2]}{V_w S_c + V_0 / (\varepsilon + \pi_0)} \quad (2-3-3)$$

$$K_t = \frac{K_w a + L_p \Delta x A / 2}{a + A} \quad (2-3-4)$$

[記号]

$D$  : tissue diffusivity,

$K_t$  : bulk tissue hydraulic conductivity

$\Delta x$  : length of cell,

$K_w$  : hydraulic conductivity of cell wall material

$L_p$  : permeability of 'membrane' separating cells,

$\varepsilon$  : elastic modulus of cell wall

$a$  : cross-sectional area of cell wall pathway,

$A$  : cross-sectional area of vascular pathway

$V_w$  : cell wall volume,

$V_0$  : cell volume at zero turgor pressure

$S_c$  : storage coefficient of cell wall material,

$\pi_0$  : osmotic pressure of cell content at zero turgor pressure

Molz は(2-3-1), (2-3-2)両式を、根の木部 (xylem) での water flux に対し、時間に関して一定の境界条件を用いて非定常計算を行った。パラメータに種々の値を代入して数値実験を行った結果、次のような点が明らかと成った。(Molz, 1976)。

(1) 土壌の抵抗は根の抵抗に比べて小さい。無視しえる。

(2) 根と土壌内の水分分布のパターンは定常解のパターンと殆ど同じ。

(1) に関しては、Newman (1974) の理論的研究がある。

### 3. 2 吸水関数のモデル化

透水係数 ( $K$ ) を一定と見なせば、(2-3-1), (2-3-2)式の定常解から、根の単位長さ当たりの吸水量 ( $q$  [m<sup>3</sup>/ms]) は次のように表される (図 1 参照)。

$$q = \frac{2\pi K}{\ln(r_s/r_r)} (\phi_s - \phi_r) = \frac{2\pi K_t}{\ln(r_r/r_e)} (\phi_r - \phi_e) = \frac{\phi_s - \phi_x}{R} \quad (2-3-5)$$

ここで、

$$R = R_s + R_c + R_e \quad (2-3-6)$$

$$R_s = \ln(r_s/r_r) / (2\pi K) \quad (2-3-7)$$

$$R_c = \ln(r_r/r_e) / (2\pi K_t) \quad (2-3-8)$$

この結果を基に Molz は根からの吸水関数を次のようにモデル化した。

$$S = L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) q = L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right) \frac{\phi_s - \phi_x}{R} \quad (2-3-9)$$



[記号]

$R_e$  : resistance of endodermis [sPa/m<sup>2</sup>],

$L_{root}$  : root length per unit volume [m<sup>-2</sup>]

$\phi_x$  : water potential of xylem [Pa],

$\phi_r$  : water potential at root surface [Pa]

$\phi_e$  : water potential at endodermis [Pa],

$\theta_s$  : porosity [-]

は根と土壌内の水分（液体）が接触している割合を示す。これは Herkelrath (1977b) によって提案された補正項である。透水係数を実験から求めることにすれば、上記の吸水関数モデルは Herkelrath の提案したモデルと同じになる。Molz はマイクロな single-root radial model での数値実験により、吸水関数のモデル式が上記のように表されることを示した。

神田と日野 (1990a, b) は Herkelrath のモデルを次のように修正した。

$$S = L_{root} \left( \frac{\theta}{\theta_s} \right)^n \frac{\phi_s - \phi_x}{R} \quad (2-3-10)$$

ここで、 $n=2/3$  程度としている。

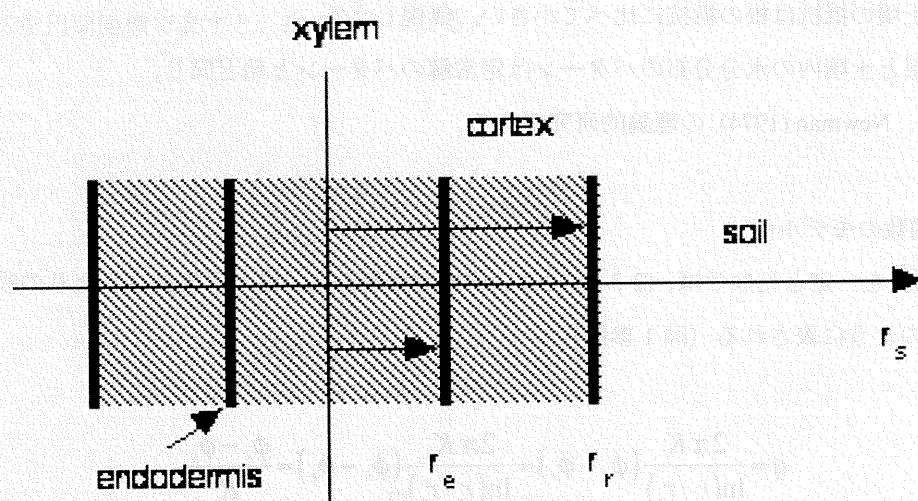


図 1

#### 4. まとめ

この章では、植生のある土壌内での熱・水分同時移動モデルと根からの水分吸収モデルについて考察した。(2-21), (2-2-2)式に(2-3-10)式を組み込むことにより、植生のある土壌内の熱・水分同時移動を数値シミュレーションすることができる。

### 第3章 Ross の植物群落内放射伝達モデル

#### 1. はじめに

この章では、Ross (1975, 1981) の植物群落内の放射伝達モデルの説明を行う。Ross のモデルは個葉の散乱特性と基本体積要素内に含まれる葉群の統計量からモデルを構築している。葉群の統計量は、葉面積密度と葉面の向きの確率密度によって表現されている。Ross のモデルでは、基本体積内での2枚以上の葉による多重散乱を考慮していない。このことは、放射の mutual shading (基本体積内で、放射輝度が葉によって2回以上遮られる現象) の処理を不可能にしている。この点については、Ross の放射伝達モデルの導出過程で明らかになる。

Ross の植物群落内の放射伝達モデルの問題点として次の3点が挙げられる。理論面では、基本体積要素内での葉群の多重散乱の無視と、それによる mutual shading の未処理がある。実際の解析過程では、個葉の散乱特性をどの程度の精度で測定し、Ross のモデルに組み込むべきかという問題である。この3点が実際にどの程度問題になるかを調べるには、Ross の放射伝達モデルの計算結果と測定データとの比較が必要になる。次の2章ではこれらの問題点の検証を行う。第4章では、植物層の透過率の測定データとの比較から主に mutual shading についての検討を行う。第5章では、植物層の Reflectance Factor の測定との比較から主に個葉の散乱特性の近似化の問題について検討する。

#### 2. 個葉の散乱、吸収特性の定義

この節では、Ross の植物群落内放射伝達モデルを導出するための準備として、以下の放射特性量の定義を行う。

(1) bidirectional scattering function:  $\sigma''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1)$

個葉の散乱関数を次式で定義する。(下図参照)

$$a'(\theta_1, \phi_1) = 1 - \sigma'(\theta_1, \phi_1) \quad (3-2-1)$$

(3-2-1)式の定義は、個体放射における bidirectional reflectivity の定義 (Siegel and Howell, 1972) を拡張した。

(2) directional-spherical scattering coefficient:  $\sigma'(\theta_1, \phi_1)$

個葉の散乱係数を次式で定義する。

$$\sigma'(\theta_1, \phi_1) = \int_{\omega_2=4\pi} \sigma''(\theta_2, \phi_2; \theta_1, \phi_1) |\cos(\theta_2)| d\omega_2 \quad (3-2-2)$$

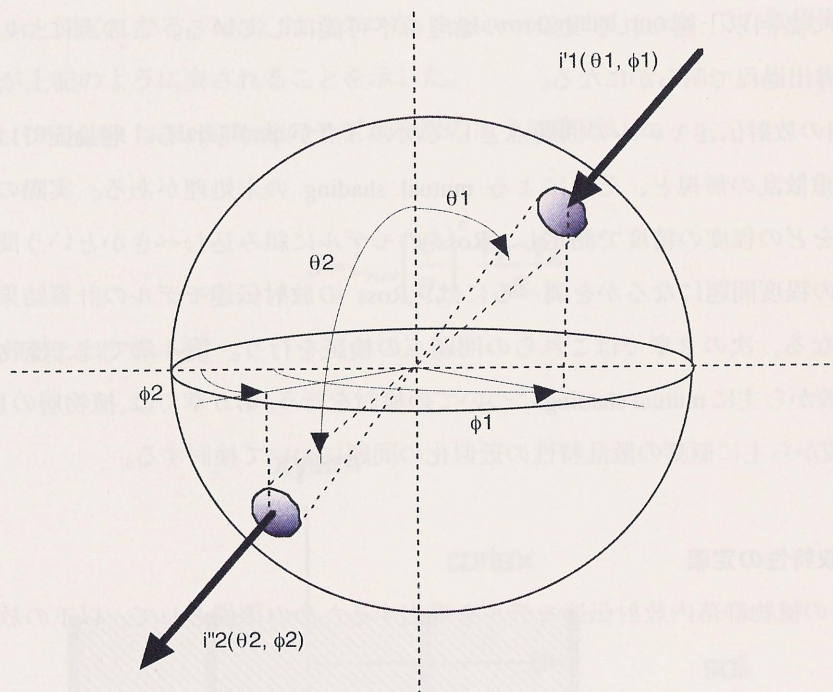


(3) directive-(spherical) absorptivity;  $a'(\theta_1, \phi_1)$

個葉の吸収係数を次式で定義する。

$$a'(\theta_1, \phi_1) = 1 - \sigma'(\theta_1, \phi_1) \quad (3-2-3)$$

以下の節では、上記3つの個葉の放射特性を使用して、Ross (1975, 1981) のモデルの導出を行う。



### 3. Ross の植物群落内放射伝達モデルの導出

この節では、Ross の植物群落内放射伝達モデルの導出を行う。Ross のテキストでは、気体放射からの導出を行っているが、ここでは前節で定義した個体放射からの導出を試みる。Ross による導出方法に関しては、Ross (1981) のテキスト参照。

Ross の放射伝達モデルを導出するには、基本体積要素 ( $dS dA$ ) 内での、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度の収支を考える。基本体積要素内の葉群の総和面積 (片面葉面) を  $dA_L$  とする。このとき、葉面積密度  $a$  は、 $dA_L / (dS dA)$  で表される。また、基本体積要素内の葉群において、葉面の向き  $\mathbf{r}_L$  の確率密度 (葉の配置関数と呼ばれる) を  $g(\mathbf{r}_L)$  で表す。葉の配置関数の条件として、以下の式を満たすようにする。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L = 2\pi} g(\mathbf{r}_L) d\omega_L = 1 \quad (3-3-1)$$

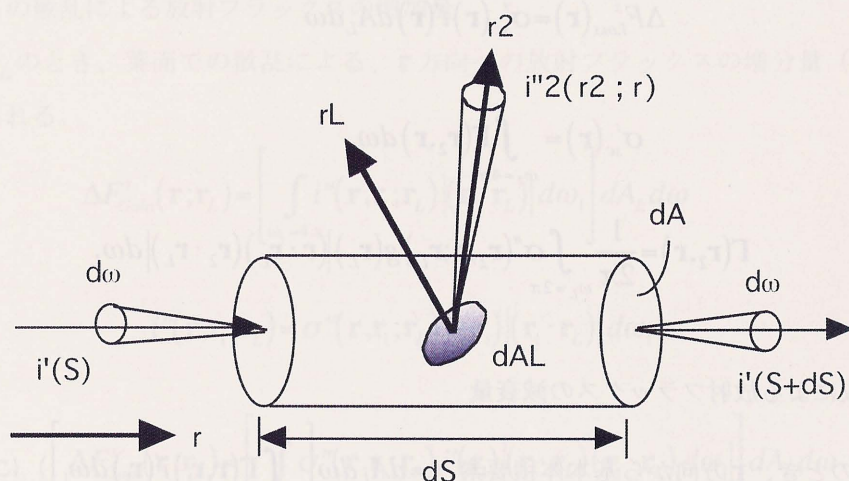


Ross の放射伝達モデルを導出するには、次のような仮定をおく。

- (1) 個々の葉の面積はすべて同じであり、葉面の向きに対する葉面積の確率分布を考慮しない。
- (2) 基本体積要素内の放射輝度に関しては、葉面の向きに対する確率分布を考慮しない。

仮定 (1) により、基本体積要素内の葉群を 1 枚の葉 (面積) で代表することができる。(下図参照)

上記 2 つの仮定をおくことにより、Ross の放射伝達モデルが導出される。しかし、これらの仮定を用いることによって、Ross のモデルでは、mutual shading の問題を処理できなくなっている。この点に関しては、4 節で考察する。以下では、Ross の放射伝達モデルを導出する。



- (1) 葉からの散乱による放射フラックスの減衰量

葉の向きが  $\mathbf{r}_L$  のとき、 $\mathbf{r}$  方向から基本体積要素 ( $dS dA$ ) に入射する放射フラックスの減衰量 ( $\Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)$ ) は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) &= \left[ \int_{\omega_2=4\pi} i_2''(\mathbf{r}_2; \mathbf{r}) |(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_2 \right] dA_L \\ &= i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \left[ \int_{\omega_2=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_2 \right] \end{aligned}$$

ここで、放射輝度 ( $i'(\mathbf{r})$ ) は葉の向きに独立と仮定している。( $\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'$ ) は 2 つのベクトルの内積を示す。

葉の向きの分布関数 (葉の配置関数) を  $g(\mathbf{r}_L)$  とすると、 $\Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)$  の平均値 ( $\Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r})$ ) は、次のようになる。

$$\Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) \Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) d\omega_L$$

$$\begin{aligned}
&= i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \int_{\omega_2=4\pi} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \right] d\omega_2 \\
&= i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \int_{\omega_2=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) d\omega_2
\end{aligned}$$

従って、 $\mathbf{r}$  方向から基本体積要素 ( $dS dA$ ) に入射する放射フラックスの、葉の散乱による減衰量 ( $\Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r})$ ) は次式で与えられる。

$$\Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}) = \sigma'_{sc}(\mathbf{r}) i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \quad (3-3-2)$$

ここで、

$$\sigma'_{sc}(\mathbf{r}) = \int_{\omega_2=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) d\omega_2 \quad (3-3-3)$$

$$\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (3-3-4)$$

(2) 葉の吸収による放射フラックスの減衰量

葉の向きが  $\mathbf{r}_L$  のとき、 $\mathbf{r}$  方向から基本体積要素 ( $= dA_L d\omega \left[ \int_{\omega_1=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) i'(\mathbf{r}_1) d\omega_1 \right]$ ) に入射する放射フラックスの、葉の吸収による減衰量 ( $\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)$ ) は、次式で表される。

$$\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) = a'(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) i'(\mathbf{r}) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega dA_L = [1 - \sigma'(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)] |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega dA_L$$

ただし、

$$\sigma'(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) = \int_{\omega_2=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_2$$

ここで、放射輝度 ( $i'(\mathbf{r})$ ) は葉の向き  $\mathbf{r}_L$  に独立と仮定している。

葉の配置関数 ( $g(\mathbf{r}_L)$ ) を用いると、 $\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)$  の平均値 ( $\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r})$ ) は、次のようになる。

$$\begin{aligned}
\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) \Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) d\omega_L \\
&= i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \right] \\
&\quad - i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \left[ \int_{\omega_2=4\pi} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \right] d\omega_2 \right]
\end{aligned}$$

上式に(2-3-3), (2-3-4)式の関係を用いると、 $\mathbf{r}$ 方向から基本体積要素 ( $dS dA$ ) に入射する放射フラックスの、葉による減衰量 ( $\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r})$ ) は次式で与えられる。

$$\Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}) = [G(\mathbf{r}) - \sigma'_{sc}(\mathbf{r})] i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \quad (3-3-5)$$

ただし、

$$G(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (3-3-6)$$

### (3) 葉からの散乱による放射フラックスの増加量

葉の向きが  $\mathbf{r}_L$  のとき、葉面での散乱による、 $\mathbf{r}$  方向への放射フラックスの増分量 ( $\Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)$ ) は次式で与えられる。

$$\Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) = \left[ \int_{\omega_1=4\pi} i''(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_1 \right] dA_L d\omega$$

ここで、

$$i''(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) = \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) i'(\mathbf{r}_1) |(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_1$$

従って、

$$\Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) = \left[ \int_{\omega_1=4\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) i'(\mathbf{r}_1) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| |(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_1 \right] dA_L d\omega$$

ここで、放射輝度 ( $i'(\mathbf{r})$ ) は葉の向き  $\mathbf{r}_L$  に独立と仮定している。

葉の配置関数 ( $g(\mathbf{r}_L)$ ) を用いると、 $\Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L)$  の平均値 ( $\Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r})$ ) は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) \Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r}; \mathbf{r}_L) d\omega_L \\ &= dA_L d\omega \left\{ \int_{\omega_1=4\pi} i'(\mathbf{r}_1) \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| |(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \right] d\omega_1 \right\} \\ &= dA_L d\omega \left[ \int_{\omega_1=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) i'(\mathbf{r}_1) d\omega_1 \right] \end{aligned} \quad (3-3-7)$$

### (4) 植物群落内の放射伝達モデル

基本体積要素 ( $dS dA$ ) 内での、 $\mathbf{r}$  方向の放射輝度の収支式は以下のように表される。

$$i'(s + ds, \mathbf{r}) = i'(s, \mathbf{r}) - \Delta F_{Loss}^a(\mathbf{r}) - \Delta F_{Loss}^s(\mathbf{r}) + \Delta F_{Gain}^s(\mathbf{r})$$

[absorb]      [ scattering ]



(3-3-6), (3-3-6), (3-3-7)式を用いて、上式を表すと、

$$\begin{aligned} \frac{di'(s, \mathbf{r})}{ds} dA d\omega = & -[G(\mathbf{r}) - \sigma'_{sc}(\mathbf{r})] i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega \\ & - \sigma'_{sc}(\mathbf{r}) i'(\mathbf{r}) dA_L d\omega + \left[ \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i'(\mathbf{r}') d\omega' \right] dA_L d\omega \end{aligned}$$

上式を葉面積密度 ( $a(s) = dA_L / (dS dA)$ ) を用いて表すと、次式で示す Ross の植物群落内での放射伝達モデルが得られる。

$$\frac{di'(s, \mathbf{r})}{ds} = -a(s) G(\mathbf{r}) i'(s, \mathbf{r}) + a(s) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i'(s, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-3-8)$$

ただし、

$$\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L$$

$$G(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L$$

$$\sigma'_{sc}(\mathbf{r}) = \int_{\omega_2=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) d\omega_2$$

(3-3-8)式をテンソル表示し、放射輝度において方向性を示す添え字 (') を省略すると、次式が得られる。

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i'(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-3-9)$$

上式を直達成分 ( $i_d$ ) と間接成分 ( $i_r$ ) に分離して表せば、

(直達成分の式)

$$r_j \frac{\partial i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (3-3-10)$$

(間接成分の式)

$$r_j \frac{\partial i_r(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i_r(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_r(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' + a(\mathbf{x}) \varepsilon_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (3-3-11)$$

ただし、

$$\varepsilon_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-3-12)$$

(5) 葉群の散乱関数 ( $\Gamma$ ) の相反性について

以上で、Ross の放射伝達モデルの導出を行ったが、ここでは個葉の散乱関数が相反性を持つ場合の、葉群の散乱関数の相反性について考察する。

個葉の散乱関数が相反性 ((3-3-13)式)

$$\sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) = \sigma''(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \mathbf{r}_L) \quad (3-3-13)$$

を持つとする。このとき葉群の散乱関数についても相反性 ((3-3-14)式)

$$\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (3-3-14)$$

が成立する。なぜなら、

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{r}_L) |(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \end{aligned}$$

葉群の散乱係数についても相反性になりたつ。即ち、

$$\sigma'_{sc}(\mathbf{r}) = \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) d\omega' = \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-3-15)$$

#### 4. Ross の放射伝達モデルの問題点

この節では、前節で導出した Ross の放射伝達モデルの問題点について考察する。Ross の放射伝達モデルを以下にまとめて記述する。

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i'(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (3-4-1)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (3-4-2)$$



$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \mathbf{r}_L) g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (3-4-3)$$

ここで、 $i(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ は放射輝度、 $a(\mathbf{x})$ は葉面積密度、 $G$ は $G$ 関数、 $\Gamma$ は葉群の散乱関数である。

$G$ 関数は、 $\mathbf{r}$ 方向の放射輝度が点 $\mathbf{x}$ を中心とする単位体積要素内で、葉に遮られる割合を示す。葉群の散乱関数 $\Gamma$ は、 $\mathbf{r}'$ 方向の放射輝度が、点 $\mathbf{x}$ を中心とする単位体積要素内の葉群によって $\mathbf{r}$ 方向に散乱される割合を示す。

次に $G$ 関数の意味について考察する。

葉の向き $\mathbf{r}_L$ を固定する。(即ち、確率と考えない。) このとき、

$$G = |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)|$$

が成り立つ。また、 $\mathbf{r}$ 方向の放射輝度が基本体積要素 ( $ds dA$ ) を通過するとき、葉によって遮られる放射束 ( $\Delta F$ ) は、

$$\Delta F = dA_L |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(s) d\omega = dA_L G i(s) d\omega$$

となる。

従って、 $dA_L G$ は基本体積要素当たりの、葉面の、面 $dA$ への射影となる。上式を基本体積要素 ( $ds dA$ ) で割れば、 $a = dA_L / (ds dA)$ であるから、 $aG$ は単位体積内の、葉面の、 $\mathbf{r}$ 方向への射影となる。このことは、 $\mathbf{r}$ 方向の放射輝度は単位体積内で葉で2回以上遮られないことになる。即ち、mutual shadingの考慮がなされていない。Ross のモデルでは、放射の消散係数 ( $aG$ ) が実際の消散係数よりも大きく見積もる危険性がある。

また、前節での Ross の放射伝達モデルの導出過程から明らかなように、葉群の散乱関数は、 $\mathbf{r}'$ 方向から単位体積要素に入射した放射が葉面に1回のみ当たって、 $\mathbf{r}$ 方向に散乱する割合を示す。従って、単位体積内での葉群による相互の散乱 (多重散乱) は考慮されていない。

以上の議論から明らかなように、Ross の放射伝達モデルでは、単位体積内での葉群による mutual shading と多重散乱を考慮していない。第3章では、主に mutual shading の問題がどの程度解に影響を与えるかを調べる。第4章では、多重散乱の無視がどの程度解に影響するかについて調べる。

## 第4章 Rossの放射伝達モデルの検証 (Szeiczの測定との比較)

### 1. はじめに

この章では、Ross (1975, 1981) の放射伝達モデルの計算結果と Szeicz (1974) の測定データとの比較を行い、Ross のモデルの有効性を調べる。植物層の透過率の予測値と測定データとの比較を行う。この量を検討することによって、実際の植物群落内での放射特性に mutual shading の問題をどの程度考慮すべきかが推定できる。

Ross の放射伝達モデルでは、mutual shading が処理できていない。実験との比較による検証が必要である。Ross のモデルを検証できるデータは少ないが、その中で Szeicz の測定データは、数個の入力データに推定値を与えることにより、十分に検証できる。推定データの、Ross のモデルの解への感度は低いいため、推定値の誤差はそれほど問題ではない。

### 2. 1次元植物キャノピーにおけるRossの放射伝達モデルの解法

#### 2. 1 1次元植物キャノピーにおけるRossの放射伝達モデル式

図1に示すような、葉群の分布特性が水平面内で一様で、高さ方向のみに変化する植物キャノピーモデルを考える。この植物キャノピーモデルにおいて、葉の配置関数と個葉の散乱特性に関して、次のような近似と仮定を施すことにする。

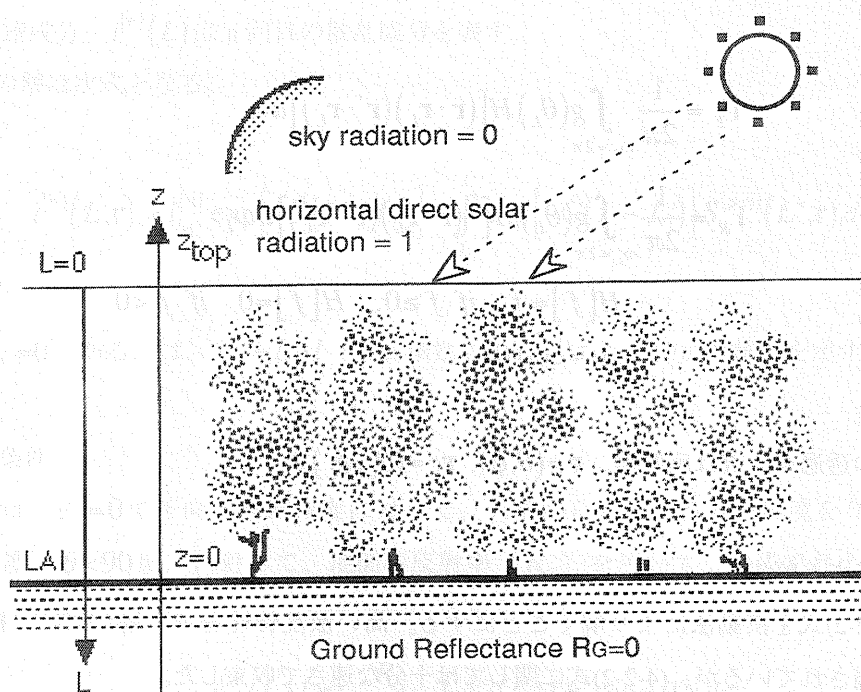


図1 植物キャノピーモデル

(仮定) 葉の配置関数は、位置  $\mathbf{x}$  と葉面の方位角  $\phi_L$  に依存しない。

(近似) 個葉の散乱特性は、Lambert の散乱特性を有する。

即ち、葉面の反射率と透過率のみで表す。

個葉の散乱特性を Lambertian と近似した理由を以下で説明する。Ross のモデルでは、葉群の配置関数（葉の向きの確率密度）を使用するため、個葉の散乱関数（ $\sigma''$ ）が鋭い指向性を有していても、葉群の散乱関数（ $\Gamma$ ）は鋭い散乱特性を有しない。葉群の散乱特性を求めるためには、精密な個葉の散乱特性のデータをそれほど必要としない可能性がある。従って、ここでは、個葉の散乱特性を Lambertian と近似した。この近似の妥当性については、次章で検討する。

この章での検討項目は植物キャノピーの透過率であるため、Lambertian の近似はそれほど問題とはならないと考えられる。

上記の仮定と近似を用い、座標  $z$  を次式に示す累積葉面積指数（ $L$ ）に座標変換すると、前章の(3-4-1)～(3-4-3)式は次のように表される。

$$L = \int_z^{z_{top}} a(z) dz \quad (4-2-1)$$

$$-\mu \frac{di(L, \mathbf{r})}{dL} = -G(\mu) i(L, \mathbf{r}) + \int_{\omega' = 4\pi} \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i(L, \mathbf{r}') d\omega' \quad (4-2-2)$$

$$G(\mu) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L = 2\pi} g(\theta_L) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L) d\omega_L \quad (4-2-3)$$

$$\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Gamma(\mu, \mu', \phi - \phi') = \left(\frac{T}{\pi}\right) \Gamma_T + \left(\frac{R}{\pi}\right) \Gamma_R \quad (4-2-4)$$

ただし、

$$\Gamma_T = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L = 2\pi} g(\theta_L) H[(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (4-2-5)$$

$$\Gamma_R = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L = 2\pi} g(\theta_L) H[-(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (4-2-6)$$

$$H[f] = f \quad \text{if } f \geq 0, \quad H[f] = 0 \quad \text{if } f < 0$$

$$\mu = \cos(\theta)$$

ここで、 $T$  は個葉の透過率、 $R$  は反射率。 $\mathbf{r} = (\theta, \phi)$ ,  $\mathbf{r}_L = (\theta_L, \phi_L)$ 。

## 2. 2 摂動展開による解法

この章では、(4-2-2)式を摂動法により解くことにする。高い散乱特性を示す場合には、摂動法は収束が遅いことが指摘されているが、(4-2-2)式に関しては十分な速さで収束した。

### (1) 摂動展開

(4-2-2)式を次のように書き直す。

$$\frac{di(L, \mathbf{r})}{dL} = -\hat{G}i(L, \mathbf{r}) + \lambda \int_{\omega'=4\pi} \hat{\Gamma}i(L, \mathbf{r}') d\omega' \quad (4-2-7)$$

$$\hat{G} = -G(\mu)/\mu, \quad \hat{\Gamma} = -\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}')/\mu, \quad (\lambda=1)$$

放射輝度を(4-2-8)式のようにパラメータ  $\lambda$  のべき級数で展開する。

$$i(L) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n i^{(n)}(L), \quad (\lambda \rightarrow 1) \quad (4-2-8)$$

(4-2-8)式を(4-2-7)式に代入し、パラメータ  $\lambda$  のべきの項でまとめると、各係数  $i^{(n)}(L)$  に関する方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{di^{(0)}(L, \mathbf{r})}{dL} &= -\hat{G}i^{(0)}(L, \mathbf{r}) \\ &\dots\dots \end{aligned} \quad (4-2-9)$$

$$\frac{di^{(n)}(L, \mathbf{r})}{dL} = -\hat{G}i^{(n)}(L, \mathbf{r}) + S^{(n-1)}(L, \mathbf{r})$$

$$\text{ここで,} \quad S^{(n)}(L, \mathbf{r}) = \int_{\omega'=4\pi} \hat{\Gamma}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') i^{(n-1)}(L, \mathbf{r}') d\omega' \quad (4-2-10)$$

摂動法の物理的意味は、直達成分、1回散乱成分、・・・、と繰り返し解いていくことになり、 $i^{(0)}(L)$  は直達成分、 $i^{(n)}(L)$  は  $n$  回目の散乱成分を表す。

(4-2-9)式の解は次式となる。

$$i^{(n)}(L, \mathbf{r}) = i_{L_0}^{(n)} \exp\{-\hat{G}(L - L_0)\} + \int_{L_0}^L \exp\{-\hat{G}(L - L')\} S^{(n-1)}(L', \mathbf{r}) dL' \quad (4-2-11)$$

ただし、 $L_0=0$ 、あるいは、 $L_0=LAI$  (葉面積指数)。 $i_{L_0}^{(n)}$  は  $L_0$  での放射輝度を示す。

## (2) 境界条件

境界条件は、 $L=0$  で下向き放射輝度に対して、天空から入射する放射輝度を与え、 $L=LAI$  で上向き放射輝度 ( $\theta < 90$  度) に対して、地面の反射率 ( $R_G$ ) を用いて、次式で与える。ただし、 $\omega$  の積分範囲は下半球である。

$$i^{(n)}(LAI, \mathbf{r}) = \frac{R_G}{\pi} \int_{\omega'=2\pi} i^{(n)}(LAI, \mathbf{r}') |\cos(\theta')| d\omega' \quad (4-2-12)$$

実際の計算では、離散化に関しては、高さ方向 ( $L$ ) に対して 20 分割、極座標 ( $\theta, \phi$ ) に対しては各々 5 度刻みとした。また、 $LAI$  が 6 以上では地面の反射の影響は小さいため、地面の反射率を 0 としている。



### 3. 測定データとの比較

#### 3. 1 Szeicz の測定

Szeicz の測定に関しては、Szeicz (1974) の論文に詳しく述べられている。Szeicz のデータは Ross のモデルと比較するために測定されたものではない。Ross の方程式の解析結果と比較するための必要十分なデータは測定されていない。この研究では、Szeicz の測定データの中から Ross の式の計算結果と比較しうるものを選び出した。

Szeicz の測定の概要は、以下の通りである。

- ・ 測定場所 : Rothamsted, Harpenden, England, (51.49N 0.22W)
- ・ 植物の種類 : Spring Wheat (春まき小麦) と Field Bean (ソラマメ)
- ・ 測定日時
  - Spring Wheat → 1969 年 6 月 30 日, 11:00 – 13:00
  - 7 月 16 日, 11:00 – 13:00
  - Field Bean → 1966 年 6 月 18 日, 11:00 – 13:00
  - 6 月 30 日, 11:00 – 13:00
- ・ 測定項目 : 下向き放射束密度 (透過率) の高さ方向の分布

#### 3. 2 測定項目

Ross のモデルとの比較に用いた測定項目は、植物層の各高さでの、無次元化された下向き放射束密度 (透過率  $\tau$ ) である。これは、植物層上端に入射する、水平面全天日射量 ( $E(0)$ ) で無次元化した量で、数式表現すれば次式となる

$$\tau_T(L) = E_T(L) / E_T(0) \quad (4-3-1)$$

$$\tau_{NIR}(L) = E_{NIR}(L) / E_{NIR}(0) \quad (4-3-2)$$

ここで、 $E(L)$  は高さ  $L$  での下向き放射束密度、添え字  $T$  は日射の全スペクトル成分、添え字  $NIR$  は Infrared 成分、そして、添え字  $PAR$  は Photosynthetically Active Radiation を示す。

無次元化された下向き放射束密度の  $PAR$  成分に関しては、Szeicz は次式で計算している。

$$\tau_{PAR}(L) = \frac{\tau_T(L) - (1 - C_s)\tau_{NIR}(L)}{C_s} \quad (4-3-3)$$

$C_s$  は  $PAR$  conversion factor (全日射量に対する  $PAR$  の割合) である。Szeicz は  $C_s$  の値を 0.59 としているが、今回は、0.486 と 0.43 の 2 種類の値を用いて検討した。値 0.486 は Szeicz の  $PAR$  成分と  $NIR$  成分の分離から、値 0.59 は Ross (1981) のテキスト、図 42 から、算出した。

### 3. 3 計算に必要な入力データ

Ross の方程式を数値的に解く場合に用いた入力データを表 1 に示す。表 1 の項のうち、(\*)印がついたものは、Szeicz の測定データに記載されていない項目である。これらに関しては推定値を用いた。

Szeicz の測定には、天空日射量が示されていないが、天空状態については記述がある。晴天状態で、太陽高度が 60 度のとき、水平面直達日射量と全天日射量の比は、85%以上 (日本建築設備士協会, 1980) と推定されるため、本研究では Szeicz のデータのなかで、晴天で太陽高度が 60 度のデータを用いた。この太陽高度は Szeicz のデータのうちに最も高い高度である。

地面の反射率のデータが Szeicz の測定には記述されていないため、実際の計算では地面の反射率を 0 とした。L=LAI で地面の反射率を 0 としても、全体の計算結果には殆ど影響を及ぼさないため、上記のような方法を取った。今回の測定では、葉面積指数 LAI の値が 4.5~7.4 と比較的大きく、直達日射が十分減衰してしまうためである。

個葉の反射率についても測定されていないが、Gausman and Allenn (1973) の測定データから類推した。Gausman and Allen の測定データでは、波長別の absorption coefficient と scattering coefficient (これらは、葉の内部の放射量を求めるためのデータであり、この研究に必要なデータではない) が記述されている。これらのデータから Gausman and Allen の論文の(2)式から(4)式を用いて個葉の波長別反射率を逆算した。次に、Szeicz の論文に記載されている太陽光のスペクトル分布の重み付け平均をして、NIR 成分、PAR 成分の反射率を求めた。

Szeicz の論文では、太陽光のスペクトル成分において、750nm 以上の成分を赤外成分 (NIR)。このことは Szeicz の測定した太陽光での PAR conversion factor は 0.486 となる。しかし、実際には晴天時においても PAR conversion factor は一定値を取る訳でもなく、太陽高度によって変化することが示されている (Ross, 1981)。ここでは、Ross (1981) のテキストに示されている値と Szeicz の測定から得られる値、両方について計算してみた。(結果はそれほど影響しなかった。どちらの値でも構わなかった。) 計算結果に最も影響を及ぼす入力データは葉群の配置関数である。このデータも測定されていないため、適当と思える配置関数 2 種類 (uniform 型と erectophile 型) を選んだ。wheat に関しては、宇田川 (1980) によって調べられている。wheat の配置関数は 'weak vertical' ないし 'strong vertical' となっている。Ross (1981) のテキスト (97 ページ) でも 'やや erectophile' となっている。field bean についてはデータがない。

図 3 は入射輝度の天頂角 ( $\theta$ ) による G 関数のグラフである。横軸は入射輝度の天頂角 ( $\theta$ ) である。葉面の向きの確率は方位角に関して一様 (即ち、葉の配置関数は天頂角のみの関数) と仮定しているため、G 関数には、入射輝度の方位角 ( $\phi$ ) は変数として現れない。Szeicz の測定では葉の配置関数のデータがないため、この図の G 関数は 2 種類の葉の配置関数からの推定データである。

図 4 と 5 は葉群の散乱関数のグラフ (spring wheat) である。入射面内での散乱特性を図示している。矢印は入射方向を示す。図 4 は PAR 成分、図 5 は NIR 成分を示す。グラフは天頂—天底の軸と入射方向とを含む面での散乱特性である。NIR 成分では散乱が著しいことがわかる。field bean の葉群の散乱関数のグラフは、spring wheat と殆ど同じであるため、図示するのを省略した。

表 1 計算のための入力データ

植物の種類	spring wheat と field beans (春まき小麦、ソラマメ)		
太陽高度	60 度 [注 2]		
天空日射量 <sup>(*)</sup>	0 [注 4]		
地面の反射率 <sup>(*)</sup>	0 [注 1]		
葉面積指数 (LAI)	spring wheat LAI=5.4, 30 June, 1969,      LAI=4.5, 17 June, 1969 field beans LAI=6.6, 30 June, 1966,      LAI=7.4, 4 July, 1966		
個葉の透過率	0.09 (PAR),	0.41 (NIR)	
個葉の反射率 <sup>(*)</sup>	0.09 (PAR),	0.51 (NIR) [注 3]	(spring wheat)
	0.09 (PAR),	0.53 (NIR) [注 3]	(field beans)
葉の配置関数 <sup>(*)</sup>	uniform 型と erectophile 型の 2 種類 [注 5]		
PAR conversion factor ( $C_s$ ) <sup>(*)</sup>	0.43 と 0.486 の 2 種類 [注 6]		

[注 1] 地面の反射率を 0 としても、実際の計算結果にはそれほど影響を及ぼさない。

[注 2] 測定場所、測定日時から計算。

[注 3] 文献 1)より引用。

[注 4] 晴天状態でかつ太陽高度が 60 度の時、水平面直達日射量と全天日射量の比は 85%以上と推定されるため。

[注 5] 文献 2)より引用。

$$g(\theta_L)\sin\theta_L = \frac{3\theta_L^2}{(\pi/2)^3} \quad \text{for erectophile canopy}$$

$$g(\theta_L)\sin\theta_L = \sin\theta_L \quad \text{for uniform canopy}$$

[注 6]  $C_s = 0.486$  は Szeicz の PAR 成分と NIR 成分の分離から算出。

$C_s = 0.43$  は文献 2)図 42 の回帰曲線から引用。

[注 7] <sup>(\*)</sup>印 : Szeicz の測定に示されていない項目。推定値

#### 参考文献

- 1) Gausman, H.W. and Allen, W.A. : Optical parameters of leaves of 30 plant species, *Plant Physiol.*, 52,57-62, 1973.
- 2) Ross, J.: *The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands*, 1981.



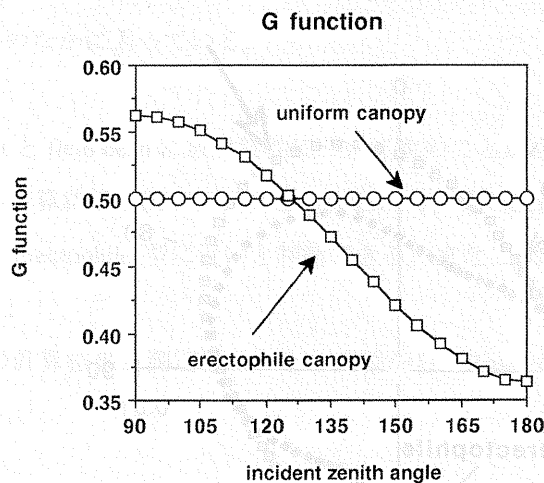


図2 G関数

### 3. 4 測定データとの比較

以下では、spring wheat と field beans での計算結果と測定との比較を示す。

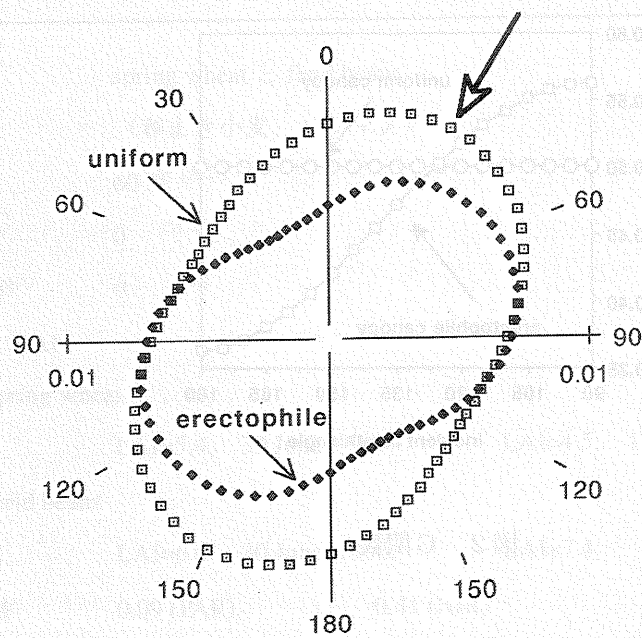
#### (1) spring wheat

図5から図7に spring wheat での植物キャノピー透過率の NIR, PAR, そして全短波長放射成分の測定値と計算結果との比較を示す。比較のための測定量は、植物層上端での水平面全天日射量で無次元化された、下向き放射束密度（透過率）の高さ方向の分布である。図5は NIR 成分に関するものである。実線は計算結果（葉の配置関数は2種類）を示す。測定データに散らばりがあるが、計算値はほぼ測定データの変動範囲のなかに入っており、測定データと比較的良好一致を示している。図6は PAR 成分の計算結果と測定データとの比較のグラフである。Szeicz は PAR 成分を直接測定したわけではなく、(3-3-3)式を用いて算出している。Szeicz の用いた PAR conversion factor ( $C_p$ ) の値に問題があるため、測定データの信頼性は小さいが、計算結果と測定データとは良好一致を示している。図7は短波長放射の全スペクトル成分に関する比較のグラフである。計算による予測値には、葉の配置関数、PAR conversion factor、2つの推定量があるが、測定データとの比較は良い。

#### (2) field bean

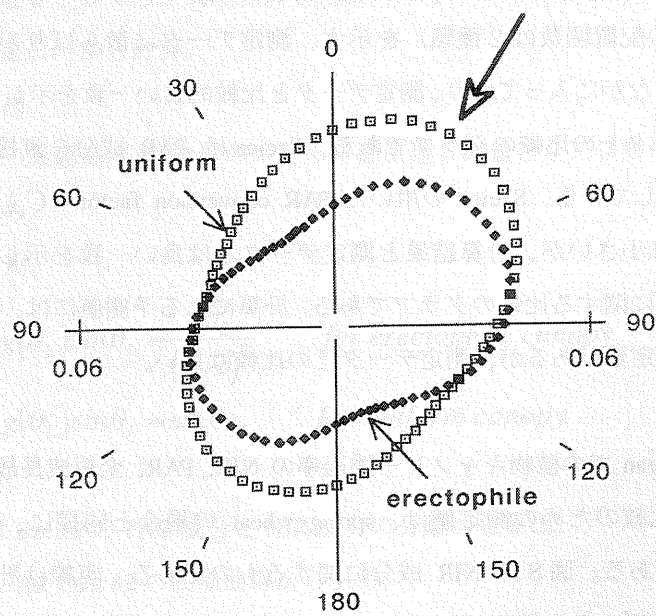
図8から図10に field bean での植物キャノピー透過率の NIR, PAR, 全短波長放射成分の測定値と計算結果との比較を示す。比較のための測定値は、spring wheat の場合と同様に、無次元化された下向き放射束密度（透過率）である。図8は NIR 成分に関するものである。実線は計算結果（葉の配置関数は2種類）を示す。測定データに散らばりがあるが、計算値はほぼ測定データの変動範囲のなかにある。図9は PAR 成分の計算結果と測定データの比較のグラフである。spring wheat の場合と同様にこの量は直接測定したわけではなく、PAR conversion factor を用いて算出している。Szeicz の用いた PAR conversion factor の数値に問題があるため、測定データの信頼性は小さいが、計算結果は測定データと良好一致を示している。図10は短波長放射の全スペクトル成分に関する比較のグラフである。





Scattering Function (PAR)

図3 葉群の散乱関数 (PAR 成分)



Scattering Function (IR)

図4 葉群の散乱関数 (NIR 成分)

計算による予測値には、葉の配置関数、PAR conversion factor、の2つの推定量があるが、予測値は測定データの散らばりのなかに入っている。

以上、spring wheat と field bean に放射特性について次のことが言える。

(1) PAR 成分での計算結果と測定データとの比較から、葉の配置関数は spring wheat, field bean ともに uniform 型ないし erectophile 型に近いと判断できる。また、mutual shading の未処理もそれ程問題ではないと判断される。

(2) NIR 成分での計算結果と測定データとの比較から、Ross のモデルは高い散乱特性を有する場合も有効と判断される。

#### 4. まとめ

この章では、mutual shading が実際にどの程度影響を及ぼすかについて測定データとの比較から検討した。spring wheat と field bean について、Szeicz の測定データと、Ross の植物群落内放射伝達モデルによる予測値との比較を行った。計算結果は、spring wheat, field bean ともに測定データと比較的良好一致をみた。PAR, NIR 各成分に関しても、計算結果は測定データと比較的良好対応を示した。特に、NIR 成分が予測可能であったことは、Ross のモデルは高い散乱特性を有する場合にも適用可能であることを示した。

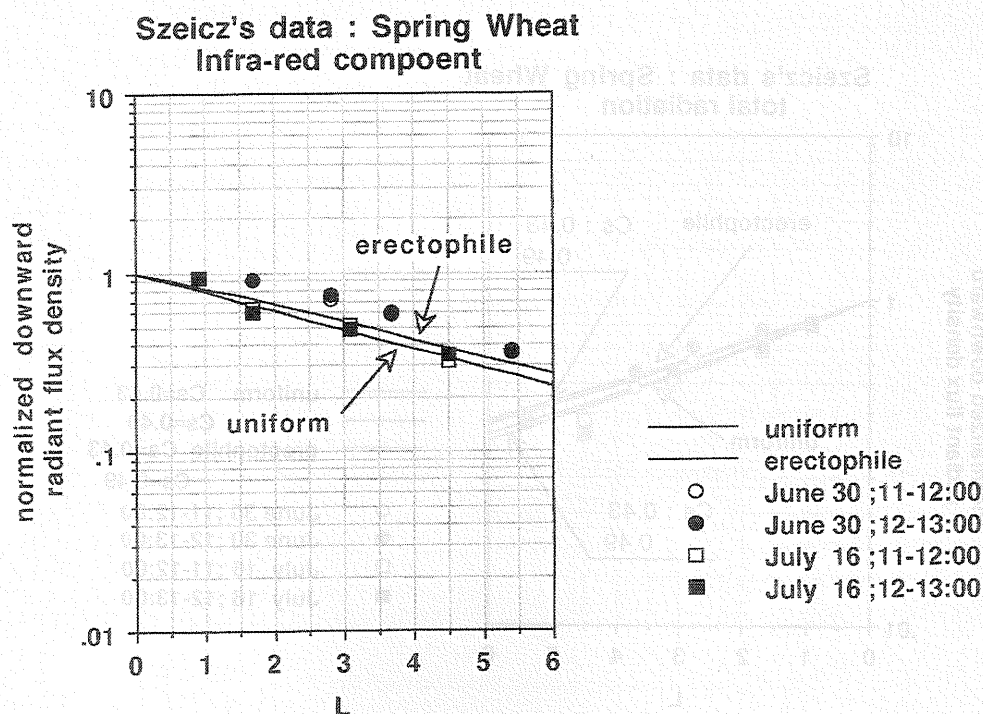


図5 透過率 (spring wheat, NIR 成分)

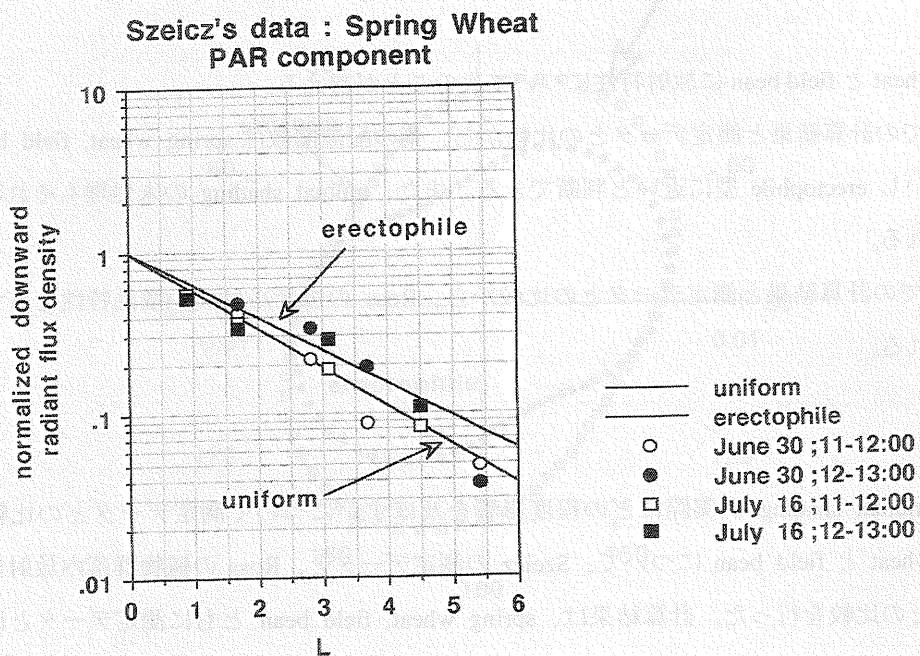


図6 透過率 (spring wheat, PAR 成分)

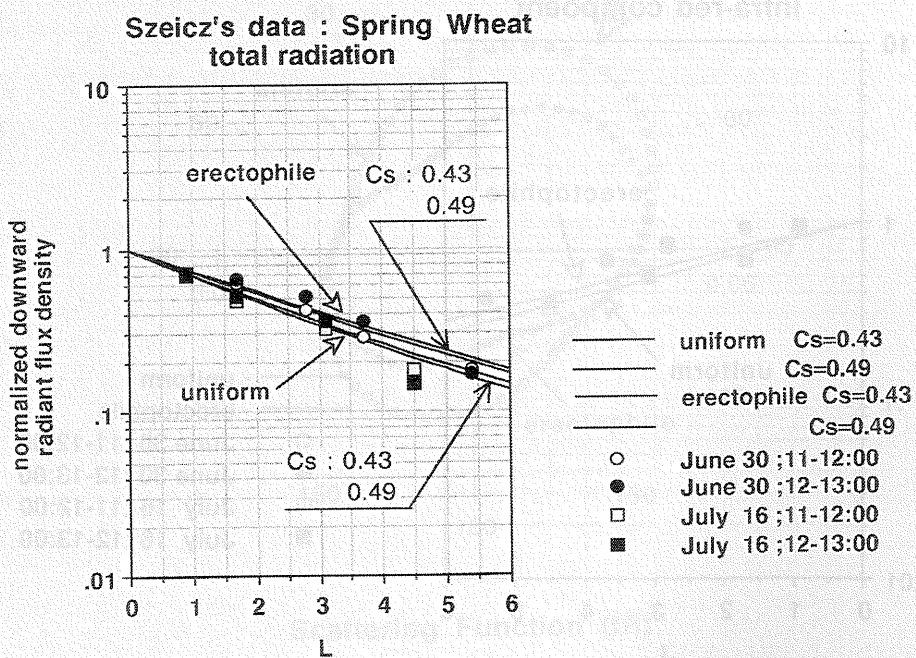


図7 透過率 (spring wheat, 全短波長成分)



Szeicz's data : Field Beans  
infra-red component

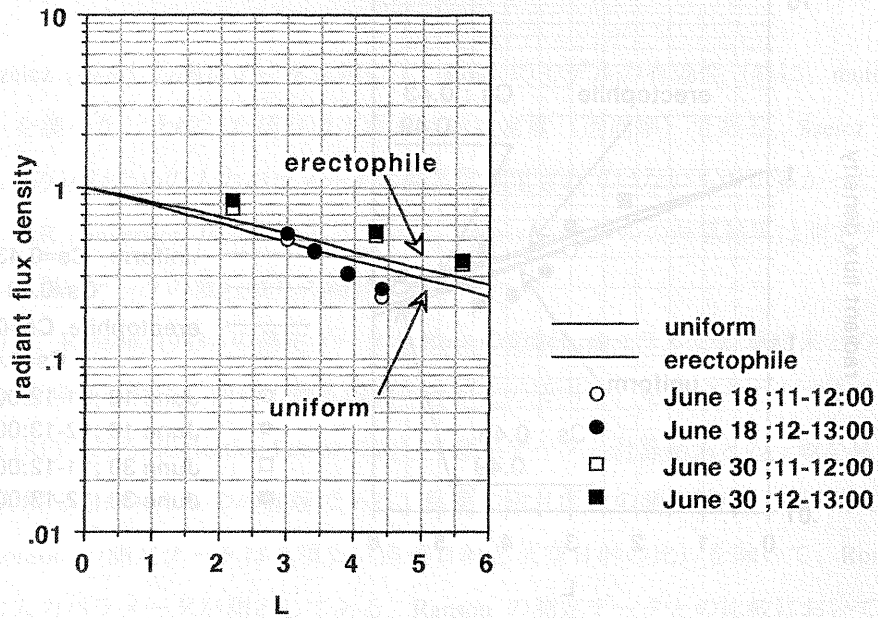


図8 透過率 (field bean, NIR 成分)



図9 透過率 (field bean, PAR 成分)

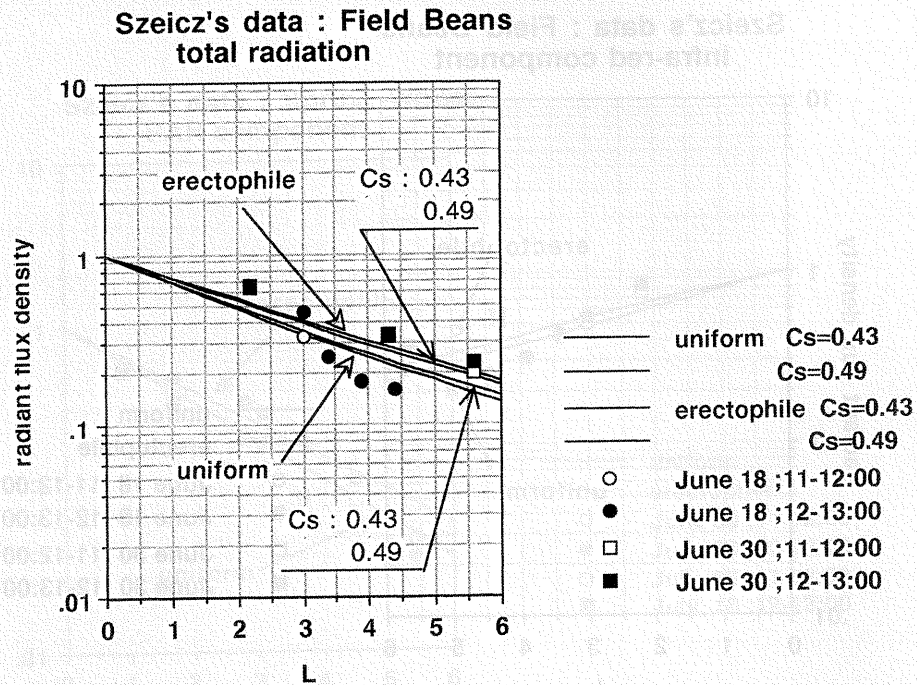
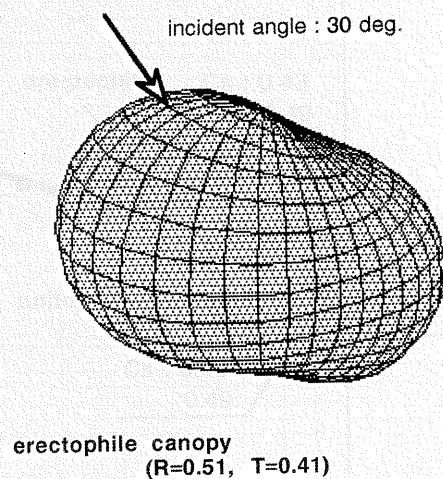


図 1 0 透過率 (field bean, 全短波長成分)

## 5. 付録

図 11 に erectophile 型の葉の配置関数での葉群の散乱関数を示す (NIR 成分)。



**Scattering Function (IR component)**

図 1 1 erectophile の葉群の散乱関数 (NIR 成分)

## 第5章 Ross の放射伝達モデルの検証 (Ranson の測定との比較)

### 1. はじめに

前章では、Szeicz (1974) の測定データを用いて、Ross のモデルの有効性（特に、mutual shading の未処理の問題）を調べた。比較した項目は下向き放射束密度（透過率）である。Szeicz の測定データには、モデルに組み込むための入力パラメータに関して測定されていないものが多かった。（例えば、葉の配置関数、PAR conversion factor など。）しかし、Ross のモデルの計算結果は測定データと比較的良好一致を示し、測定データの散らばりの範囲にあった。

この章の目的は、Ranson (1983) の測定データと Ross の放射伝達モデルの計算結果との比較を行い、Ross のモデルの有効性（特に、個葉の散乱関数の近似化の妥当性）を調べることである。比較項目は Reflection Factor (RF) である。Reflection Factor において測定データと計算結果との一致が見いだせれば、Ross のモデルを解く際のもう 1 つの課題である、個葉の散乱関数の測定精度（近似精度）の問題が明らかになる。Ranson の測定データは 1 項目（直達日射と天空日射の比）を除いて、Ross のモデルに必要なすべての入力パラメータが測定してある。Ranson の測定データとの比較において良好一致が見いだせれば、Ross のモデルの有効性（特に、個葉の散乱関数の近似化の妥当性）が確かめられる。

### 2. Ranson (1983) の測定についての概要

Ranson の測定についての概要を以下に示す。

測定場所 : West Lafayette, Indiana, USA (40.5N, 97W)

測定日時 : 1980 年 8 月 27 日

植物 : 大豆 (Soybean)

測定項目

1. 個葉の透過率と反射率
2. 地面の反射率
3. 葉の配置関数
4. 葉面積指数 (LAI)
5. Reflection Factor (RF) : モデルの計算結果と比較すべき量
6. 太陽高度と方位角 :  $(h, A)$  あるいは  $(\theta_s, \phi_s)$  で表示する。
7. 天空状態 (cloud cover)

ただし、直達日射と天空日射の比は測定していない。

太陽とセンサーの位置について : 図 1 に示す。

solar projected angle  $\theta_{sp}$  について : 図 2 に示す。Ranson は、太陽高度と方位角を 1 つのパラメータで表すために、この量を用いた。

RF は次式で定義される。

$$RF(\theta_v, \phi_v) = \pi \frac{i(\theta_v, \phi_v)}{IH_s + IH_d} = \frac{1}{1 + ratio} RF_{sun} + \frac{ratio}{1 + ratio} RF_{sky} \quad (5-2-1)$$



ただし、

$$RF_{sky}(\theta_v, \phi_v) = \pi i_{sky}(\theta_v, \phi_v) / IHd$$

$$RF_{sky}(\theta_v, \phi_v) = \pi i_{sky}(\theta_v, \phi_v) / IHd$$

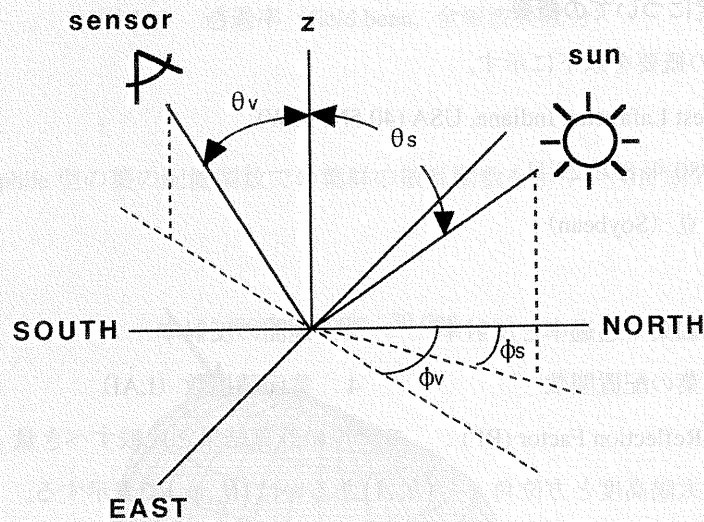
$$i(\theta_v, \phi_v) = i_{sun}(\theta_v, \phi_v) + i_{sky}(\theta_v, \phi_v)$$

$$ratio = IHd / IHS$$

ここに、 $IHS$ は水平面直達日射量（スペクトルバンド別）、 $IHD$ は水平面天空日射量（スペクトルバンド別）である。 $i(\theta_v, \phi_v)$ は植物キャノピーの $(\theta_v, \phi_v)$ 方向の放射輝度を表す。 $i_{sun}$ は $i(\theta_v, \phi_v)$ の中の直達日射成分、 $i_{sky}$ は天空日射成分を示す。 $RF_{sun}$ は $RF$ 中の直達日射成分、 $RF_{sky}$ は天空日射成分を示す。測定では $RF$ のみを測ることができる。計算では、 $RF_{sun}$ と $RF_{sky}$ を算出し、 $RF$ を求める。

solar projected angle ( $\theta_{sp}$ ) は次式で与えられる。図2参照。

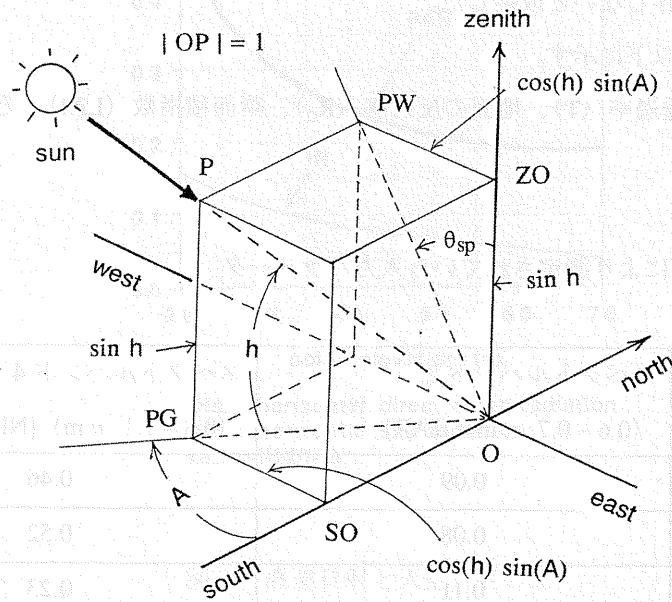
$$\theta_{sp} = -\tan^{-1}(\tan(\theta_s) \sin(\phi_s)) = \tan^{-1}(\cot(h) \sin(A)) \quad (5-2-2)$$



Sun and Sensor Geometry

図1 太陽とセンサーの位置関係

solar projected angle ( $\theta_{sp}$ )



$$\tan \theta_{sp} = \cot(h) \sin(A)$$

図2 solar projected angle ( $\theta_{sp}$ )

solar projected angle と (太陽高度、方位角) との関係を図3に示す。方位角  $A$  は南を基準にとっている。-符号は午前、+符号は午後を示す。方位角  $\phi_s$  は北を基準にして時計回りを正にしている。

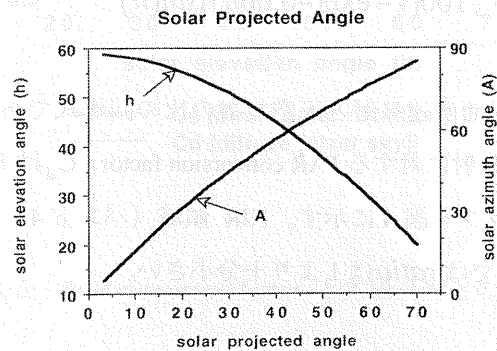


図3 solar projected angle と太陽高度、方位角の関係



### 3. 計算方法の概要

計算方法は前章で用いたものと同じである。1次元植物キャノピーにおいて Ross の放射伝達モデルを摂動法で解いた。ただし、座標は累積葉面積指数に変換した。また、個葉の散乱特性は Lambertian の近似、葉の配置関数は位置に依存しないと仮定した。

計算に用いた入力パラメータを以下に示す。

(1) 表1に個葉の反射率 (R) と透過率 (T)、地面の反射率 ( $R_G$ )、葉面積指数 (LAI)、そして天空状態を示す。(これらは測定値。)

表1 Ranson により測定されている入力パラメータ

	スペクトルバンド2 (0.6 ~ 0.7 $\mu$ m) [PAR]	スペクトルバンド4 (0.8 ~ 1.1 $\mu$ m) [NIR]
R	0.09	0.46
T	0.08	0.52
$R_G$	0.11	0.23
LAI	2.9	
cloud cover (%)	0 (快晴)	

(2) 水平面直達日射と水平面天空日射の比 (*ratio*) : Ranson の測定では、この比は測定されていない。ここでは推定値を与える。比 (*ratio*) は次式で与えた (Ross, 1981, 参照)。

$$ratio = IH_d/IH_s = (C_d/C_s) fac(h) \quad ; \text{for PAR} \quad (5-3-1)$$

$$ratio = IH_d/IH_s = ((1 - C_d)/(1 - C_s)) fac(h) \quad ; \text{for NIR} \quad (5-3-2)$$

$$fac(h) = \frac{0.5 + 9.6(1 - \exp(-0.05h))}{100(1 - \exp(-0.06h))\sin(h)} \quad (5-3-3)$$

ここで、*fac* は全スペクトルでの水平面直達日射と天空日射の比の回帰式である (Paltridge and Platt, 1976)。*h* は太陽高度 (deg)、 $C_s$  は直達日射に対する PAR conversion factor、 $C_d$  は天空日射に対する PAR conversion factor である。*ratio* のグラフを図4に示す。NIR 領域 (バンド4) では天空日射の影響は十分小さいことが推定できる。晴天時では *ratio* は1より十分小さい。

(3) PAR conversion factor : PAR conversion factor のグラフを図5に示す。スペクトルバンド別のデータがひとつようであるが、そのようなデータはない。直達日射では NIR 領域の大部分のエネルギーがバンド4のスペクトルバンド領域に入るため、バンド4で  $(1 - C_s)$  を用いることは妥当である。

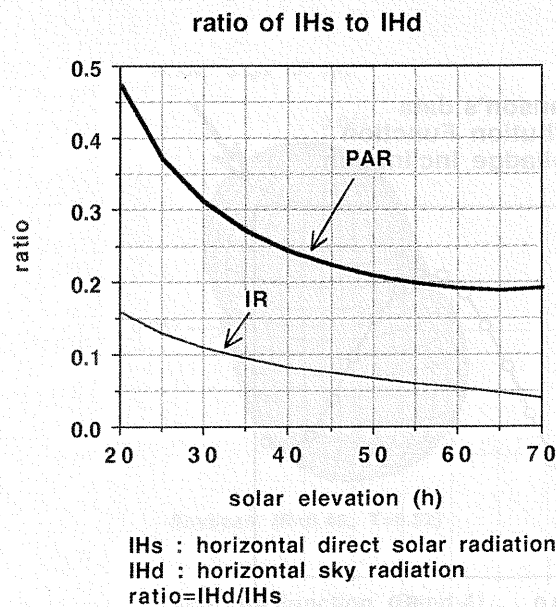


図4 直達日射と天空日射の比

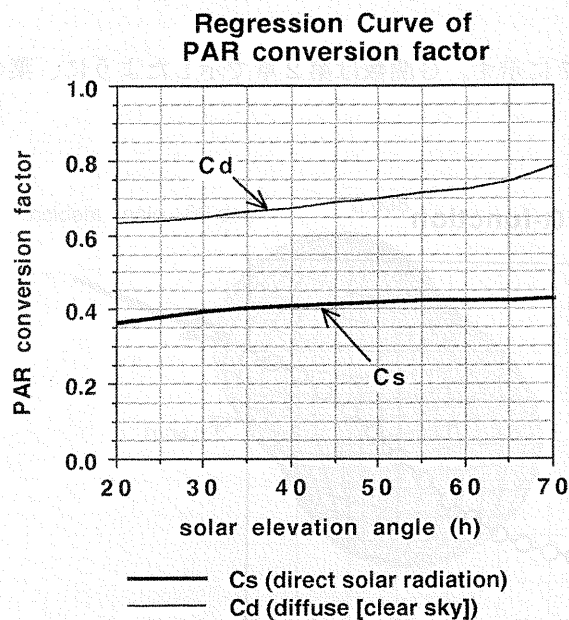


図5 PAR conversion factor と太陽高度との関係

バンド2ではバンド4に比べ RF の値が小さいため、測定値と計算値の絶対誤差はバンド4の場合よりもかなり小さくなる。絶対誤差に対しては、PAR conversion factor をスペクトル成分に対して一定にしてもそれほど影響はないと推定される。

(4) 葉の配置関数： 葉の配置関数のグラフを図6に示す。(測定値)

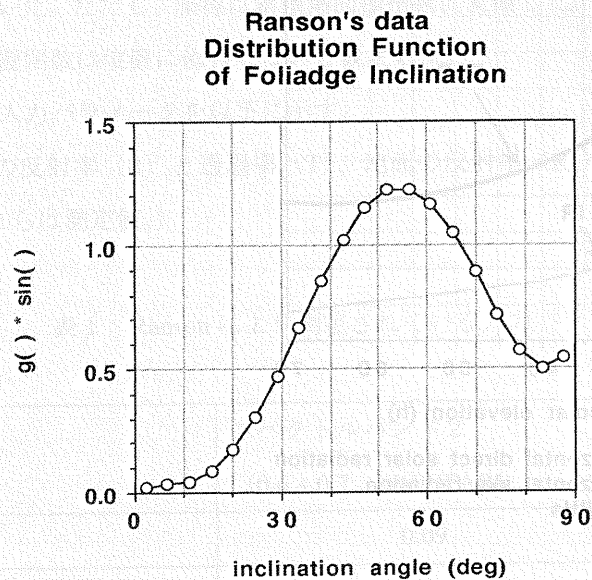


図6 葉の配置関数 (測定値)

(5) G関数： G関数のグラフを図7に示す。G関数は第2章で示したように、葉の配置関数の測定データから算出したものである。

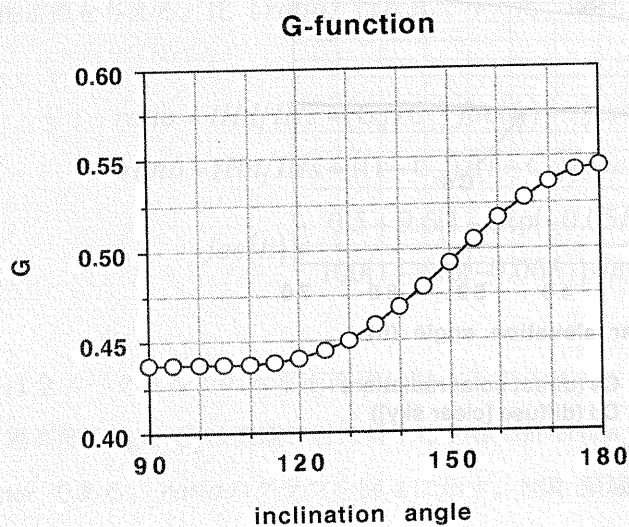


図7 G関数

(6) 葉群の散乱関数： 葉群の散乱関数のグラフを図8～11に示す。葉群の散乱関数は、個葉の反射率、透過率、と葉の配置関数から算出されている。

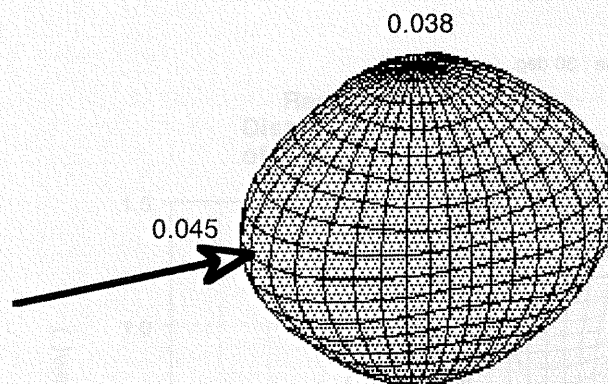




### Scattering Function (Band-4)

5-7

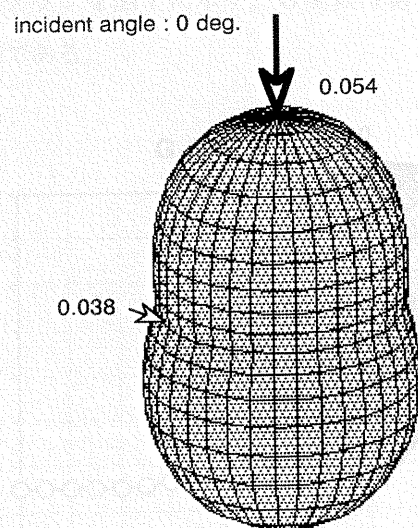




Soybean (R=0.46, T=0.52)

### Scattering Function (Band-4)

図 10 葉群の散乱関数 (バンド 4、入射角 90 度)



Soybean (R=0.46, T=0.52)

### Scattering Function (Band-4)

図 11 葉群の散乱関数 (バンド 4、入射角 0 度)

#### 4. Reflectance Factor (RF) の計算結果と測定データとの比較

この節では、Ross のモデル計算結果と Ranson の測定データ (RF) との比較を行う。測定データは図 12 を除いて、solar projected angle を横座標にしている。

- (1) 図 12: センサーは測定部の真上 ( $\theta_v = 0$ ) に位置し、真下を見る。図の横軸は太陽天頂角 ( $\theta_s$ )。太陽高度では 60~35 度に対応する。実線は計算値、○と△印は測定データを表す。バンド 4、バンド 2 共に測定データと計算結果は良い一致を示した。 $\theta_v = 0$  の時の RF は、太陽高度にあまり依存しないことが測定データ、計算結果から見られる。
- (2) 図 13: センサーは測定部の真南に位置する。天頂角が 30 度で北方を見下ろす ( $\theta_v = 30, \phi_v = 0$ )。横軸は solar projected angle ( $\theta_{sp}$ )。-側は午前、+側は午後を示す。0 は南中時を示す。 $\theta_{sp} = 0$  のとき、太陽高度=60 度 (天頂角=30 度)。このとき、太陽はセンサーの背後にくる。測定部を基準として、センサー、太陽は一直線上に並ぶ。 $\theta_{sp} = 0$  付近で誤差が大きい。この傾向は図 19 で、より顕著に成っている。全体として計算結果は測定値と良い一致を示す。
- (3) 図 14: センサーは測定部の北に位置する。 $\theta_v = 30$  の角度で南を向く。 $\theta_{sp} = 0$  で太陽は南中する。太陽の天頂角-30 度。センサーは、測定部を基準にして太陽と正反射の方向にある。計算、測定ともに、凹型の曲線を描く。測定データと計算結果は定量的にも定性的にも良い一致をする。
- (4) 図 15: センサーは測定部の西に位置する。 $\theta_v = 30$  の角度で東を向く。計算結果は測定データと良い一致を示す。
- (5) 図 16: センサーは測定部の東に位置する。 $\theta_v = 30$  の角度で西を向く。計算結果は測定データと良い一致を示す。
- (6) 図 17: センサーは測定部の南に位置する。 $\theta_v = 60$  の角度で北を向く。図 13 の場合と異なり、この場合は南中時に測定部、センサー、そして太陽は一直線上に並ばない。図 13 の場合と異なり、 $\theta_{sp} = 0$  のとき RF の値が大きくなっていない。計算値と測定値の差を小さい。計算結果は測定データと良い一致を示す。
- (7) 図 18: センサーは測定部の北に位置する。 $\theta_v = 60$  の角度で南を向く。 $\theta_{sp} = 0$  では太陽は南中する。南中時の太陽の天頂角は 30 度のため、図 14 の場合と異なり、センサーは測定部を基準にして太陽と正反射の方向にはない。計算結果は測定データと良い一致をする。
- (8) 図 19: センサーは測定部の西に位置する。 $\theta_v = 60$  の角度で東を向く。 $\theta_{sp} = 60$  度近くでは太陽高度は 30 度程度になり西に位置する。太陽はセンサーの背後にくる。図 13 の場合と同じく、この場合に誤差が大きくなる。太陽とセンサーが一直線上に並ばない場合は計算結果は測定データと良い一致を示す。
- (9) 図 20: センサーは測定部の東に位置する。 $\theta_v = 60$  の角度で西を向く。 $\theta_{sp} = 60$  度程度のとき、センサーは測定部を基準にして太陽と正反射の位置に近い。金属表面に見られるような正反射 (鏡面反射) は soybean (大豆) キャノピーに関しては無い。計算結果は測定データと良い一致を示す。
- (10) 結論: 測定部を基準として、太陽とセンサーが一直線上に並ぶ場合に誤差が生じるが、全体として計算結果は測定データと良い一致を示した。

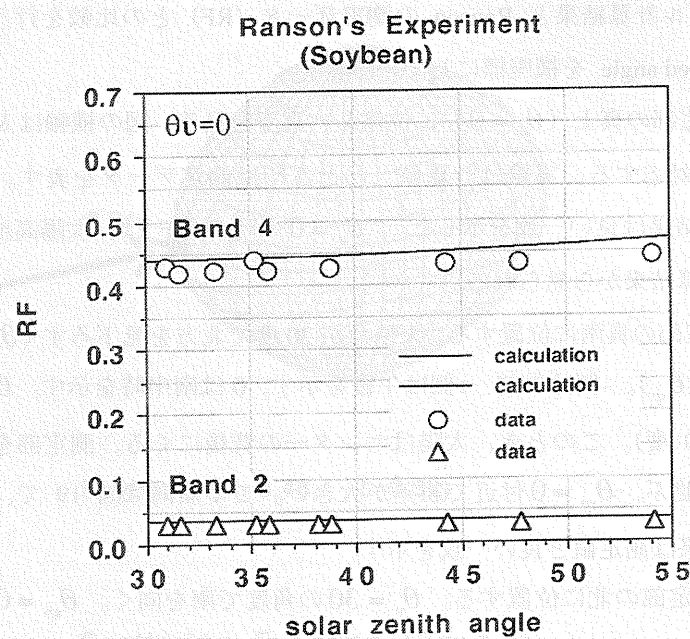


図 12 Reflection Factor ( $\theta_v = 0$ )

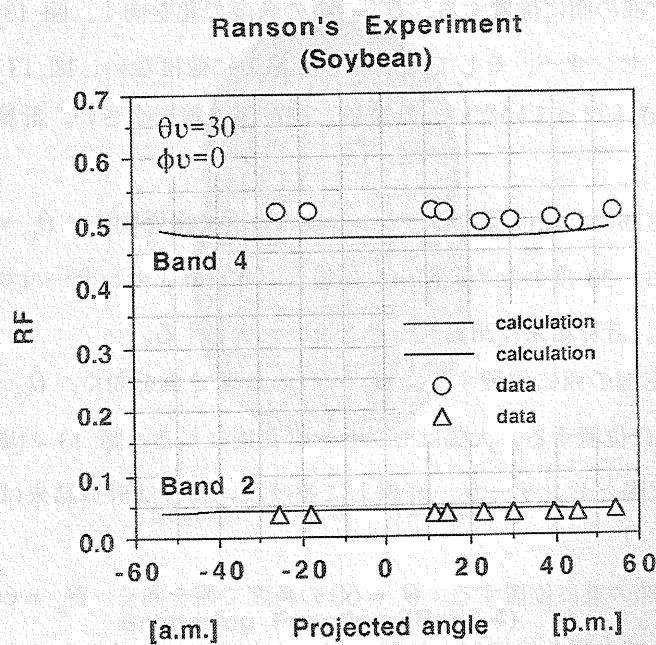


図 13 Reflectance Factor ( $\theta_v = 30, \phi_v = 0$ )



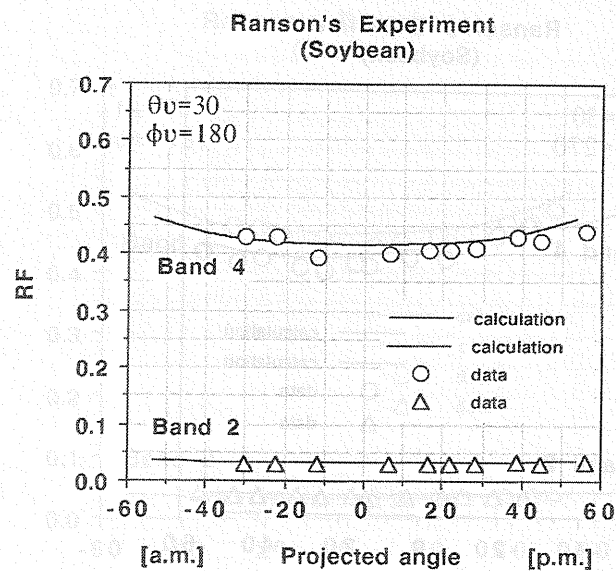


図 14 Reflectance Factor ( $\theta_v = 30, \phi_v = 180$ )

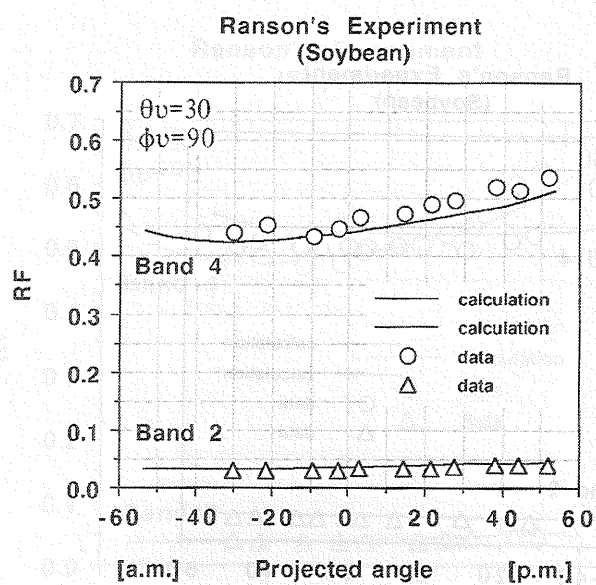


図 15 Reflectance Factor ( $\theta_v = 30, \phi_v = 90$ )



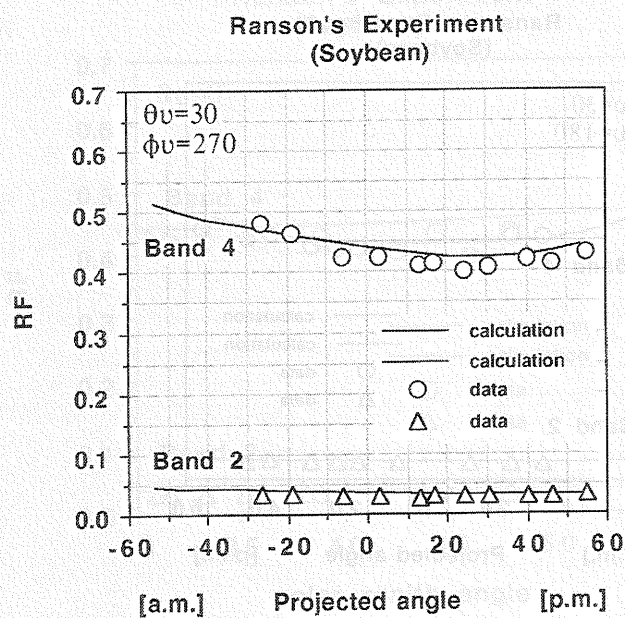


图 16 Reflectance Factor ( $\theta_v = 30, \phi_v = 270$ )

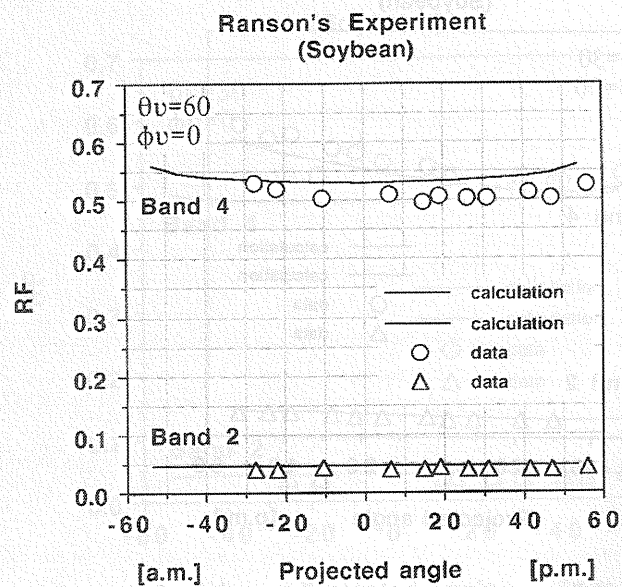


图 17 Reflectance Factor ( $\theta_v = 60, \phi_v = 0$ )

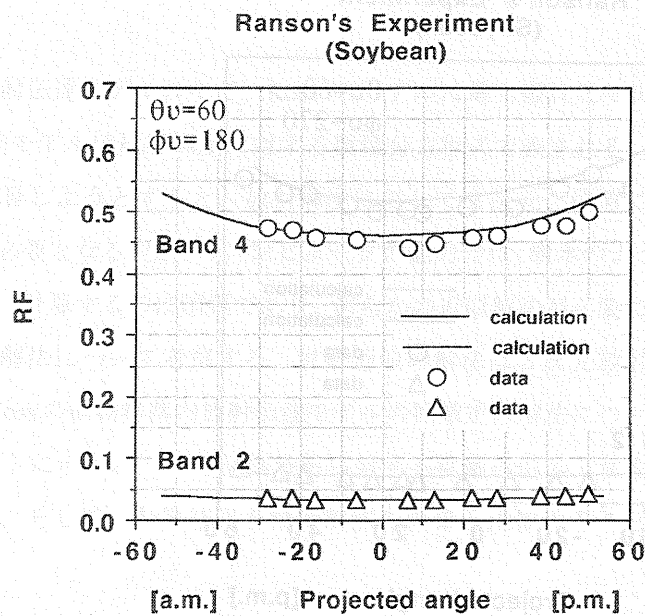


図 18 Reflectance factor ( $\theta_v = 60, \phi_v = 180$ )

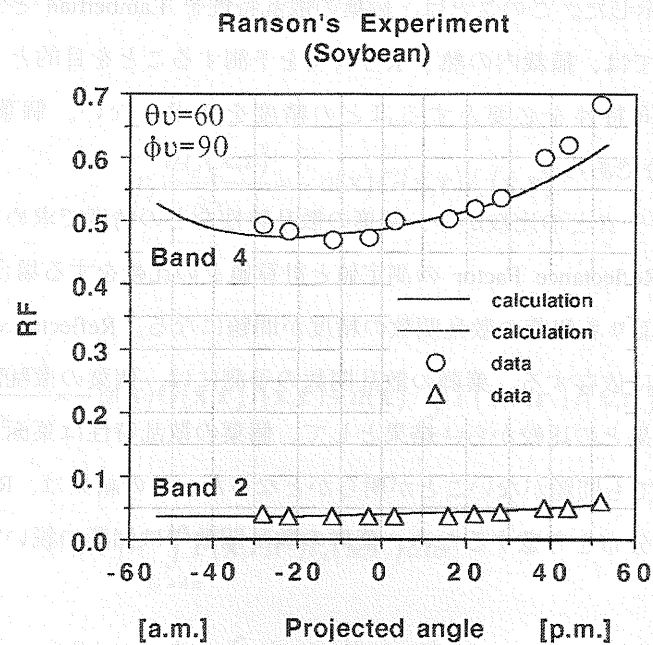


図 19 Reflectance Factor ( $\theta_v = 60, \phi_v = 90$ )

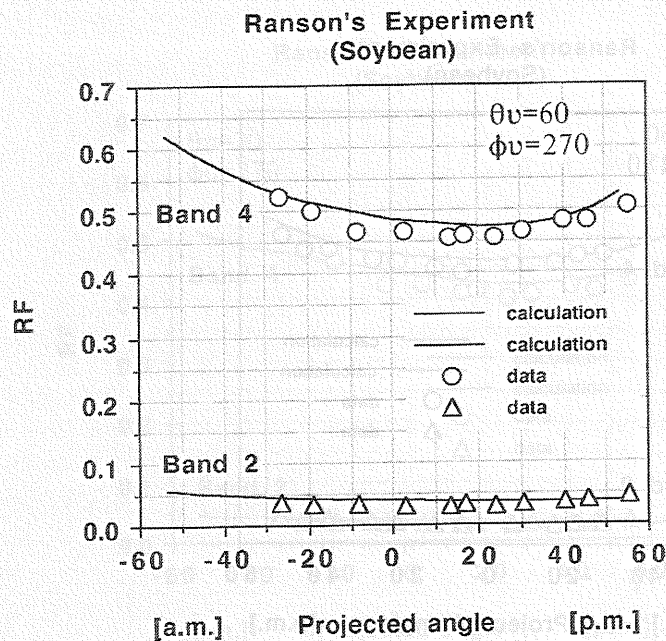


図 20 Reflectance factor ( $\theta_v = 60, \phi_v = 270$ )

## 5. まとめ

以上、Ranson の測定データとの比較を行った。植物層の Reflectance Factor を検討項目とした。計算結果は測定データと良い一致を示した。このことは、個葉の散乱特性を Lambertian と近似したことゝの妥当性を示している。この研究では、植栽内の熱・水分収支を予測することを目的としているため、植栽の透過あるいは反射の指向特性を必要とするほどの精度を要求しない。個葉の散乱特性を Lambertian と近似することで十分であろう。

この章では、Ranson の測定データとの比較から、個葉の散乱特性をどの精度で求めておく必要があるかという点を中心に調べた。Reflectance Factor の測定値と計算値との比較をする場合、Ross のモデルでは、mutual shading の問題よりも個葉の散乱関数の精度が問題になる。Reflectance Factor の分布形は葉群の散乱関数の予測精度に依存する。葉群の散乱関数の予測には、個葉の散乱関数の精度が問題になる。測定データと計算結果との比較から、結果として、個葉の散乱特性は葉面を完全拡散面と近似し、反射率と透過率で表しても問題がないことが明らかとなった。この結果は、Ross のモデルでは単位体積要素内で葉面の確率分布を考慮するため、葉群の散乱関数では個葉の鋭い散乱特性が平滑化されるためと推測される。



## 第6章 拡散近似による Ross の放射伝達モデルの解法

### 1. はじめに

植物群落内放射伝達モデルの中で、Ross のモデルは最も優れたモデルの1つと思われる。しかし、Ross の放射伝達モデルは放射輝度に対する微積分方程式で表される。樹木のような3次元放射場をコンピュータで計算しようとする、放射輝度に対して2次元、位置に対して3次元の、合わせて5次元の計算領域が必要となる。現在のコンピュータの能力では、樹木のような3次元放射場に対して Ross のモデルを正確に計算するのは困難であり、何らかの近似解法が必要になる。従って、この章では Ross のモデルの近似解法について考察する。拡散近似の解法は3次元放射場での適用可能である。そのため、この章では Ross の植物群落内放射伝達モデルの拡散近似解法について考察する。ここでは、Ishimaru (1978) のテキストに示されている気体放射に対する拡散近似の方法を Ross の植物群落内放射伝達モデルに拡張する。そして、計算結果を精緻解法の結果と比較することにより、拡散近似解法の有効性を調べる。

### 2. Ross の植物群落内放射伝達モデル

放射輝度 ( $i$ ) を直達成分 ( $i_d$ ) と間接成分 ( $I$ ) とに分離して表現する。即ち、

$$i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (6-2-1)$$

このとき、短波長放射に対する Ross の放射伝達モデルは次式のようにになる。

直達成分の式

$$r_j \frac{\partial i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (6-2-2)$$

間接成分の式

$$r_j \frac{\partial I(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') I(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' + a(\mathbf{x}) e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (6-2-3)$$

ただし、

$$e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (6-2-4)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (6-2-5)$$

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} \sigma''(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}_L) g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (6-2-6)$$



記号の説明については、第3章参照。

拡散近似を行うために、以下のような近似を用いる。

[近似] 個葉の散乱関数は Lambertian の散乱特性を有するものと近似する。即ち、葉面の透過率 (T) と反射率 (R) で表される。

上記の近似を用いた場合、葉群の散乱関数は次式で表される。

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\frac{T}{\pi}\right) \Gamma_T(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \left(\frac{R}{\pi}\right) \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (6-2-7)$$

ここで、

$$\Gamma_T = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) H[(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (6-2-8)$$

$$\Gamma_R = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) H[-(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (6-2-9)$$

$$H[f] = f \quad \text{if } f \geq 0, \quad H[f] = 0 \quad \text{if } f < 0$$

### 3. 拡散近似式の導出

この節では、Ross のモデルの拡散近似の導出を行う。

#### 3. 1 放射輝度間接成分の近似

拡散近似では、放射輝度の間接成分 ( $I(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ ) を次式で近似する。

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = U(\mathbf{x}) + c F_j(\mathbf{x}) r_j \quad (6-3-1)$$

ここで、

$$U(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\omega=4\pi} I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega \quad (6-3-2)$$

$$F_j(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_j d\omega \quad (6-3-3)$$

係数  $c = 3/(4\pi)$  である。なぜなら、

$$F_k(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_k d\omega = U(\mathbf{x}) \int_{\omega=4\pi} r_k d\omega + c F_j(\mathbf{x}) \int_{\omega=4\pi} r_j r_k d\omega = c \frac{4\pi}{3} F_k(\mathbf{x})$$

$$\therefore c = 3/(4\pi) \quad (6-3-4)$$

### 3. 2 手順 1

(6-3-1)式を(6-2-3)式に代入し、 $4\pi$  立体角で積分する。結果は次式となる。

$$\frac{\partial F_j(\mathbf{x})}{\partial x_j} = -\gamma_0(\mathbf{x})a(\mathbf{x})U(\mathbf{x}) - \gamma_j(\mathbf{x})a(\mathbf{x})F_j(\mathbf{x}) + a(\mathbf{x})E(\mathbf{x}) \quad (6-3-5)$$

$$E(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' d\omega \quad (6-3-6)$$

ただし、

$$\gamma_0(\mathbf{x}) = \alpha_0 - \beta_0(\mathbf{x}) \quad (6-3-7)$$

$$\gamma_j(\mathbf{x}) = c(\alpha_j(\mathbf{x}) - \beta_j(\mathbf{x})) \quad (6-3-8)$$

$$\alpha_0 = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega = 2\pi \quad (6-3-9)$$

$$\alpha_j(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_j d\omega \quad (6-3-10)$$

$$\beta_0(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') d\omega' d\omega \quad (6-3-11)$$

$$\beta_j(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r'_j d\omega' d\omega \quad (6-3-12)$$

### 3. 3 手順 2

(6-3-1)式を(6-2-3)式に代入し、(6-2-3)式に $r_l$ を掛け、 $4\pi$  立体角で積分する。結果は次式となる。

$$\frac{1}{c} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_l} = -{}^*\gamma_l(\mathbf{x})a(\mathbf{x})U(\mathbf{x}) - {}^*\gamma_{lk}(\mathbf{x})a(\mathbf{x})F_k(\mathbf{x}) + a(\mathbf{x})E_l(\mathbf{x}) \quad (6-3-13)$$

$$E_l(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_l d\omega = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') r_l d\omega' d\omega \quad (6-3-14)$$

ただし、

$${}^*\gamma_l(\mathbf{x}) = \alpha_l(\mathbf{x}) - {}^*\beta_l(\mathbf{x}) \quad (6-3-15)$$

$${}^*\gamma_{lk}(\mathbf{x}) = c(\alpha_{lk}(\mathbf{x}) - {}^*\beta_{lk}(\mathbf{x})) \quad (6-3-16)$$

$$\alpha_{lk}(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_l r_k d\omega \quad (6-3-17)$$

$${}^*\beta_l(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_l d\omega' d\omega \quad (6-3-18)$$

$${}^*\beta_{lk}(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_l r'_k d\omega' d\omega \quad (6-3-19)$$

ここで、2節で述べた「近似」を用いれば、係数 $\alpha$ 、 $\beta$ に関して以下のような関係が成立する。証明は Appendix 参照。

$$\alpha_j = 0, \quad \beta_j = {}^*\beta_j = 0, \quad \alpha_{jk} = 0, \quad {}^*\beta_{jk} = 0 \quad (j \neq k) \quad (6-3-20)$$

### 3. 4 手順3

(6-3-5)式と(6-3-13)式から $F_j(\mathbf{x})$ 項を消去し、 $U(\mathbf{x})$ に対する偏微分方程式を作る。その際に(6-3-20)の関係を用いると、以下のような拡散近似の式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{c_j(\mathbf{x})}{a(\mathbf{x})} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right] - \gamma_0(\mathbf{x}) a(\mathbf{x}) U(\mathbf{x}) = \frac{\partial d_j(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x})}{\partial x_j} - a(\mathbf{x}) E(\mathbf{x}) \quad (6-3-21)$$

$$F_\alpha(\mathbf{x}) = -\frac{c_\alpha(\mathbf{x})}{a(\mathbf{x})} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_j} + d_\alpha(\mathbf{x}) E_\alpha(\mathbf{x}) \quad (6-3-22)$$

ただし、ギリシャ文字の下添え字の場合は総和を取らない。ここで、

$$c_i = 1/(c \chi_i) \quad (6-3-23)$$

$$d_i = 1/\chi_i \quad (6-3-24)$$

$$\chi_\alpha = {}^*\gamma_{\alpha\alpha} = c(\alpha_{\alpha\alpha} - {}^*\beta_{\alpha\alpha}) \quad (6-3-24)$$

(6-3-21)式と(6-3-22)式が解くべき方程式である。(6-3-21)式を次節で述べる境界条件のもとで解き、得られた $U(\mathbf{x})$ を(6-3-22)式に代入して $F_j(\mathbf{x})$ を求める。以上が、Ross の植物群落内放射伝達モデルに対する拡散近似解法である。

### 4. 拡散近似における境界条件

葉群の境界面において、外から葉群に入射する間接放射輝度 $I(\mathbf{r})$ はゼロである。従って、葉群への内向き放射フラックス（間接成分）もゼロである。即ち、 $n_i$ を内向き法線ベクトルの $i$ 成分とすると、境界上で次式が成り立つ。

$$\int_{\omega=2\pi} I(\mathbf{r}) r_j n_j d\omega = 0 \quad (6-4-1)$$

(6-3-1)式を(6-4-1)式に代入すると、次式が得られる。



$$(6-4-2) \quad U + \frac{1}{2\pi} F_n = 0$$

ここで、 $F_n$  は内向き法線方向の放射フラックスを示す。(6-3-22)式を用いると  $F_n$  は次のように表される。

$$F_n = -\frac{c_j}{a} \frac{\partial U}{\partial x_j} n_j + d_j E_j n_j \quad (6-4-3)$$

従って、(6-3-21)式を解くための  $U(\mathbf{x})$  の境界条件は、(6-4-3)式を(6-4-2)式に代入することにより、次式となる。

$$\frac{c_j}{a} \frac{\partial U}{\partial x_j} n_j = 2\pi U + d_j E_j n_j \quad (6-4-4)$$

境界上での  $F_i$  の決定方法は以下のようにすれば良い。即ち、境界上では(6-4-3)式が成り立つ。(6-4-3)式を変形すれば次式となる。

$$g_n = -\frac{1}{a} \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{d_j}{c_j} E_j n_j \quad (6-4-5)$$

ここで、

$$g_n = g_j n_j \quad (6-4-6)$$

$$g_\alpha = F_\alpha / c_\alpha \quad (6-4-7)$$

(6-4-4)式の境界条件を用いて(6-3-21)式を  $U(\mathbf{x})$  に関して解くことができる。従って、(6-4-5)式により  $g_n$  が決まる。(6-4-6), (6-4-7)式の関係を用いて境界上の  $F_i$  は次式で求められる。

$$F_\alpha = c_\alpha g_n n_\alpha \quad (6-4-8)$$

## 5. 拡散近似の意味

球面上の連続な任意の関数  $f(\theta, \phi)$  は以下のように (一様収束の意味において) 展開される。

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n(\theta, \phi) \quad (6-5-1)$$

ここに  $Y_n(\theta, \phi)$  は  $n$  次の球面調和関数の線形結合で次式のように表される。



$$Y_n(\theta, \phi) = a_n^{(0)} P_n(\cos\theta) + \sum_{m=1}^n \left[ a_n^{(m)} P_n^m(\cos\theta) \cos(m\phi) + b_n^{(m)} P_n^m(\cos\theta) \sin(m\phi) \right] \quad (6-5-2)$$

ここで、 $P_n(\mu)$  は Legendre 関数、 $P_n^m(\mu)$  は Legendre の陪関数を示す。

従って、関数  $f(\mathbf{x}; \theta, \phi)$  は

$$f(\mathbf{x}; \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n(\mathbf{x}; \theta, \phi) \quad (6-5-3)$$

$$Y_n(\mathbf{x}; \theta, \phi) = a_n^{(0)}(\mathbf{x}) P_n(\mu) + \sum_{m=1}^n \left[ a_n^{(m)}(\mathbf{x}) P_n^m(\mu) \cos(m\phi) + b_n^{(m)}(\mathbf{x}) P_n^m(\mu) \sin(m\phi) \right] \quad (6-5-4)$$

$$\mu = \cos\theta$$

と表される。次式のように、

$$f(\mathbf{x}; \theta, \phi) \approx \sum_{n=0}^1 Y_n(\mathbf{x}; \theta, \phi) \quad (6-5-5)$$

と、1 次の項で打ち切ると、 $P_0(\cos\theta) = 1$ 、 $P_1(\cos\theta) = \cos\theta$ 、そして  $P_1^1(\cos\theta) = \sin\theta$  だから、

$$f(\mathbf{x}; \theta, \phi) \approx a_0^{(0)}(\mathbf{x}) + a_1^{(0)}(\mathbf{x}) \cos\theta + a_1^{(1)}(\mathbf{x}) \sin\theta \cos\phi + b_1^{(1)}(\mathbf{x}) \sin\theta \sin\phi \quad (6-5-6)$$

となる。ここで、

$$r_1 = \sin\theta \cos\phi$$

$$r_2 = \sin\theta \sin\phi$$

$$r_3 = \cos\theta$$

$$U(\mathbf{x}) = a_0^{(0)}(\mathbf{x})$$

$$F_1(\mathbf{x}) = a_1^{(1)}(\mathbf{x})$$

$$F_2(\mathbf{x}) = b_1^{(1)}(\mathbf{x})$$

$$F_3(\mathbf{x}) = a_1^{(0)}(\mathbf{x})$$

とおくと、次の拡散近似

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \approx U(\mathbf{x}) + F_j(\mathbf{x}) r_j \quad (6-5-7)$$

が導出される。以上のように、拡散近似は球面上の関数の球面調和関数展開において1次の項で打ち切ったものと解釈される。

## 6. 拡散近似解と精緻解との比較

この節では、拡散近似解と精緻解（ここでは、Ross の微積分方程式を近似化せず、直接コンピュータで解いた数値解を精緻解とする）との比較を行う。拡散近似は1～3次元放射場に適用できるが、ここでは2次元の放射場について検討する。1次元放射場の解法としては、拡散近似より簡易な Schuster-Schwartzschild 近似があるため、ここでは1次元放射場での比較は行わない。

図1に示すような2次元樹木モデルを取り上げる。樹木の葉は水平方向（x方向）に5m、高さ方向（z方向）に5mの範囲にあるものとする。葉面積密度  $a$  は  $1\text{m}^{-1}$  とする。このような2次元放射場において、拡散近似の計算結果と精緻解法の計算結果との比較を行う。比較項目は、水平面および鉛直面に入射する太陽の直達放射量で基準化された透過率と、法線面直達日射量で基準化された単位体積当たりの日射吸収量である。精緻解法では放射輝度を計算するが、実用上は透過率などの放射フラックス程度で十分である。また、日射吸収量は植栽の熱・水分・二酸化炭素収支を知るうえで必要なため、比較項目として取り上げた。

太陽放射は PAR conversion factor ( $C_p$ ) を用いて PAR 成分 (Photosynthetically Active Radiation) と NIR 成分 (Near InfraRed radiation) に分離した。 $C_p$  は太陽の短波長放射における PAR 成分の割合を示す。太陽高度に対する  $C_p$  値は Ross (1981) のテキスト図 42 のデータを用いた。また、個葉の透過率 (T) と反射率 (R) に関しては、T が 0.1 (PAR) と 0.5 (NIR)、R が 0.1 (PAR) と 0.4 (NIR) とした。

変化させたパラメータについては、以下のようにした。太陽高度 (h 度) と太陽方位角 (A 度) に関しては、(h, A) = (30, 0) と (60, 45) の 2 case を取り上げた。葉の配置関数に関しては、erectophile、planophile、extremophile の 3 種（実際の関数形に関しては Ross, 1981, 参照）を取り上げた。

計算方法は、拡散近似に対しては有限要素法、精緻解法に対しては第3章で示した摂動法を用いた。ただし、精緻解法における空間の離散化に関しては、放射輝度の方向を風上とした風上差分スキームを用いた。これは、摂動法の各繰り返しステップにおいて、1階の偏微分方程式を離散化して解く必要があり、中心差分を用いると不安定になるため、風上差分を用いて安定化を図った。また、拡散近似において有限要素法を用いたのは、(6-3-21)式で表される拡散近似式が楕円型の微分方程式であり、有限要素法による解析が適していること、また、将来任意形状の樹木の放射場を解析する際にも有限要素法による解析が適しているためである。

図2～図4に拡散近似解と精緻解との比較を示す。図中の DA は拡散近似解、exact solution は精緻解を示す。図2は正のx方向の透過率の分布、図3は負のz方向の透過率の分布、図4は葉群による日射吸収量の分布を示す。どの場合にも拡散近似解は精緻解と良い一致を示している。

## 7. まとめ

Ross の植物群落内放射伝達モデルの拡散近似を導出した。2次元の樹木モデルの放射場での拡散近似と精緻解との比較を行い、拡散近似の解法の有効性について明らかにした。3次元放射場については、現在のコンピュータを用いて精緻解を得ることは困難であり、検証は行っていないが、拡散近似は元来3次元場に適用できる解法であり、3次元場でも有効と推定される。

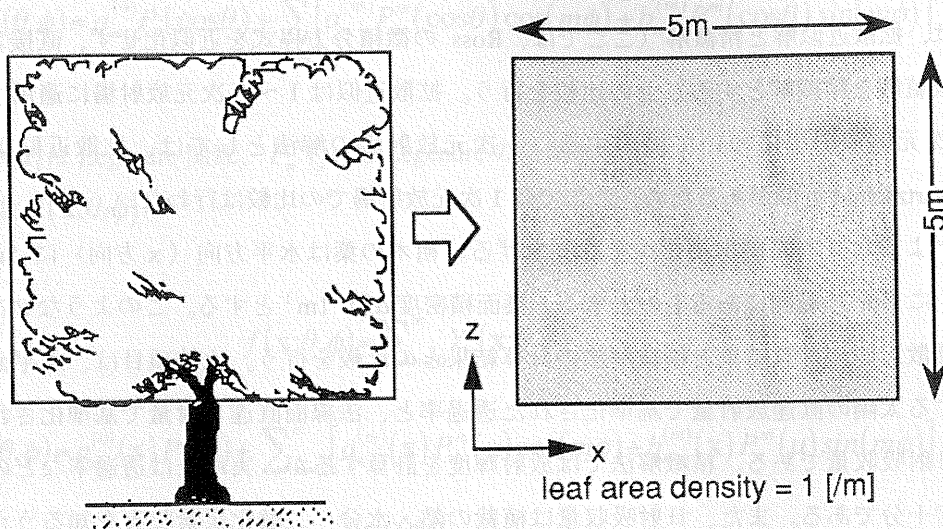


図1 2次元樹木モデル

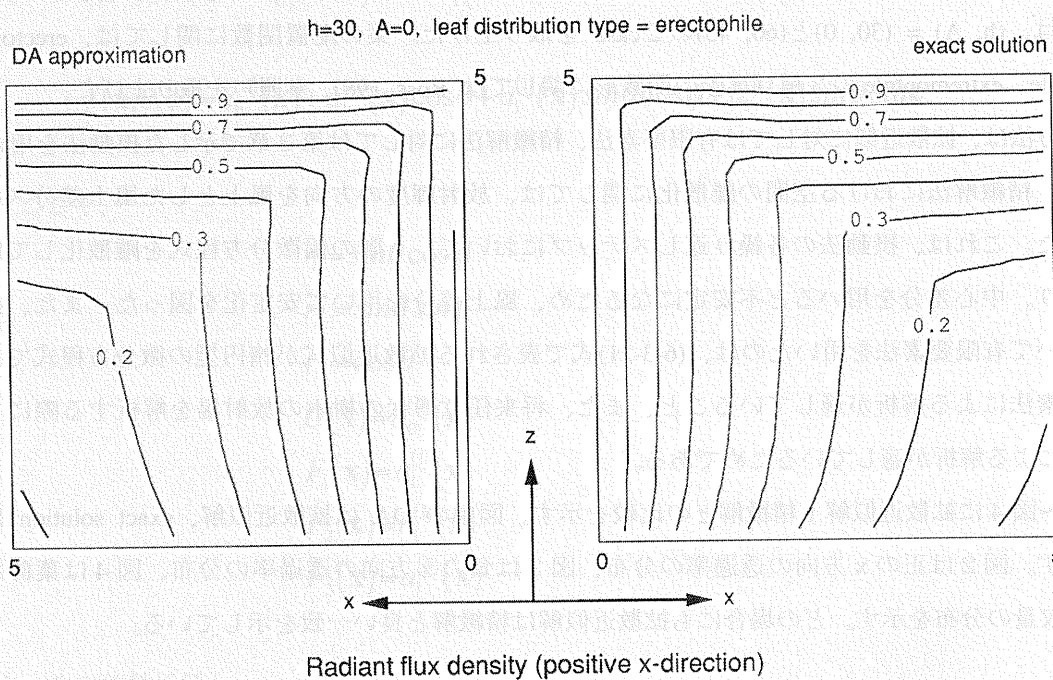


図2 正のx方向透過率 (erectophile)



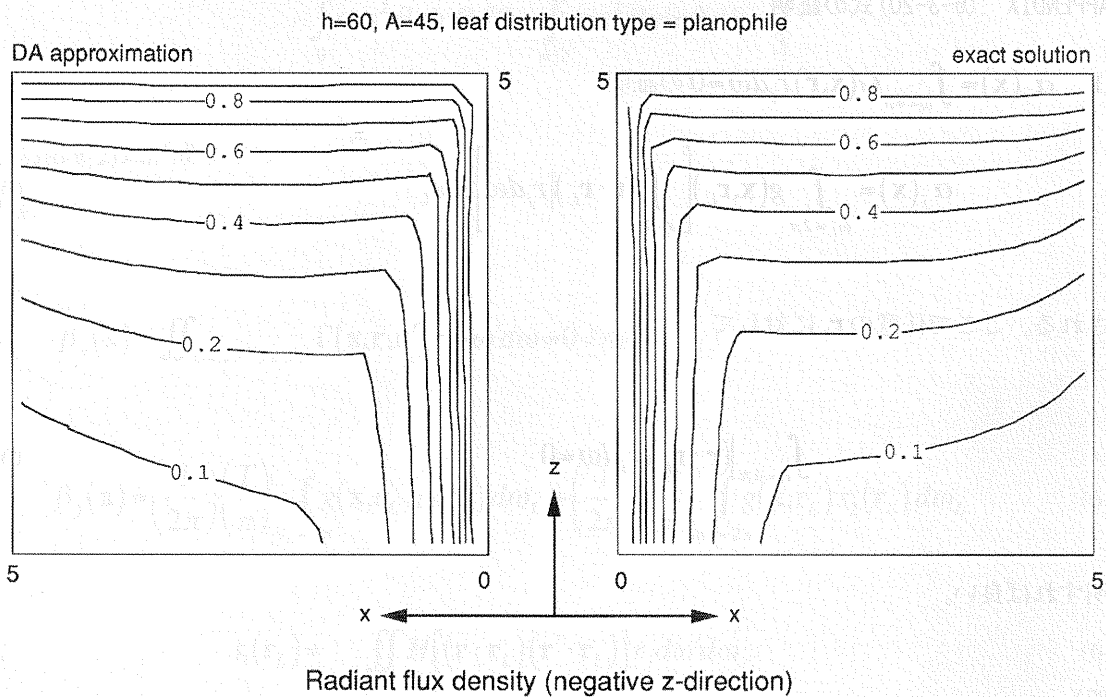


図3 負の  $z$  方向透過率 (planophile)

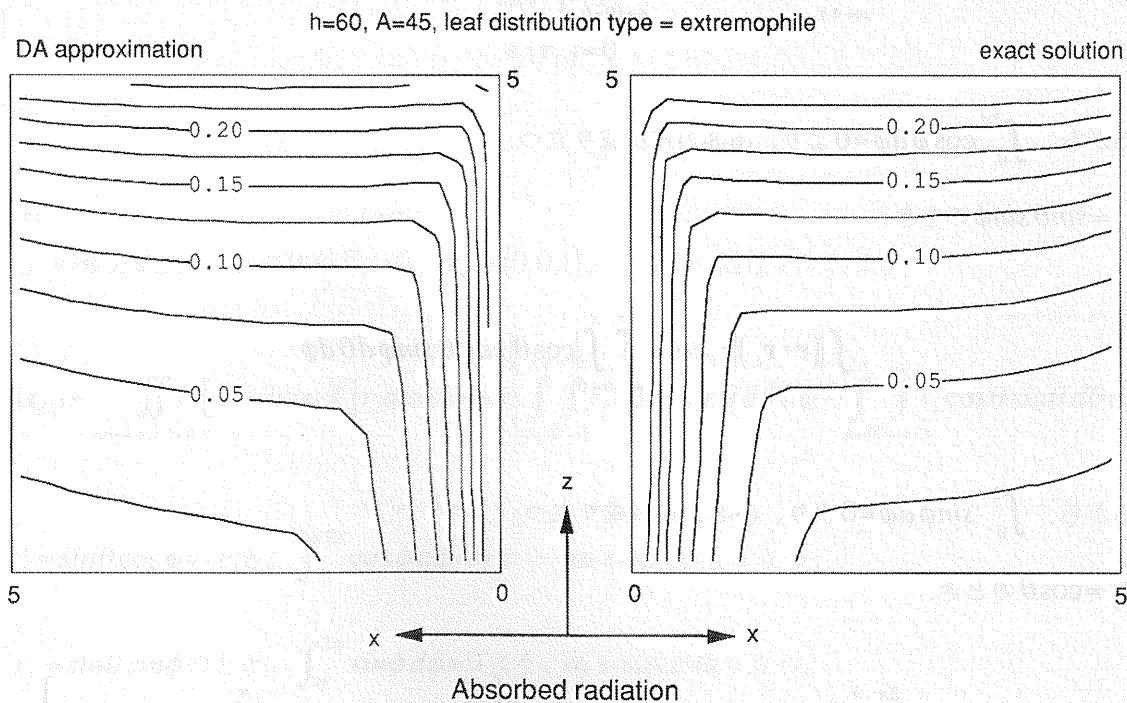


図4 法線面直達日射量で基準化された日射吸収率 (extremophile)

# 8. APPENDIX (6-3-20) 式の証明

8. 1  $\alpha_j(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_j d\omega = 0$  の証明

$$\alpha_j(\mathbf{x}) = \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) \left[ \int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_j d\omega \right] d\omega_L \quad (6-8-1)$$

と表される。ここで任意の  $\mathbf{r}_L$  に対して

$$\int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_j d\omega = 0 \quad (6-8-2)$$

を証明すれば良い。

(証明)

$\omega$  の積分範囲は  $4\pi$  立体角だから、 $\mathbf{r}_L = (0, 0, 1)$  としても一般性を失わない。

(i)  $r_j = \sin\theta \cos\phi$  のとき、

$$\int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_j d\omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} |\cos\theta| \sin^2\theta \cos\phi d\theta d\phi$$

となるから、 $\int_0^{2\pi} \cos\phi d\phi = 0$  より、(6-8-2)式が成り立つ。

(ii)  $r_j = \sin\theta \sin\phi$  のとき、

$$\int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_j d\omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} |\cos\theta| \sin^2\theta \sin\phi d\theta d\phi$$

となるから、 $\int_0^{2\pi} \sin\phi d\phi = 0$  より、(6-8-2)式が成り立つ。

(iii)  $r_j = \cos\theta$  のとき、

$$\int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_j d\omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} |\cos\theta| \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi \left\{ \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2\theta \sin\theta d\theta \right\}$$

となる。

$$\int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \frac{1}{3}$$

上式から(6-8-2)式が成り立つ。

(証明終)

8. 2  ${}^*\beta_j(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_j d\omega' d\omega = 0$  の証明

$${}^*\beta_j(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{T}{\pi}\right) \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) s_1(\mathbf{r}_L) d\omega_L + \left(\frac{1}{2\pi}\right) \left(\frac{R}{\pi}\right) \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) s_2(\mathbf{r}_L) d\omega_L \quad (6-8-3)$$

ここで、

$$s_1(\mathbf{r}_L) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} H[(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] r_j d\omega' d\omega \quad (6-8-4)$$

$$s_2(\mathbf{r}_L) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} H[-(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] r_j d\omega' d\omega \quad (6-8-5)$$

と表される。ここで任意の  $\mathbf{r}_L$  に対して、

$$s_1(\mathbf{r}_L) = 0 \quad (6-8-6)$$

$$s_2(\mathbf{r}_L) = 0 \quad (6-8-7)$$

を証明すれば良い。

(証明)

$\omega$  と  $\omega'$  の積分範囲は  $4\pi$  立体角だから、 $\mathbf{r}_L = (0, 0, 1)$  としても一般性を失わない。

$$s_1(\mathbf{r}_L) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} H[\cos \theta \cos \theta'] r_j d\omega' d\omega = \pi \left[ \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} r_j \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi - \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=\pi/2}^{\pi} r_j \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \right]$$

(i)  $r_j = \sin \theta \cos \phi$  のとき、 $\int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi = 0$  より、(6-8-6)式が成り立つ。

(ii)  $r_j = \sin \theta \sin \phi$  のとき、 $\int_0^{2\pi} \sin \phi d\phi = 0$  より、(6-8-6)式が成り立つ。

(iii)  $r_j = \cos \theta$  のとき、

$$s_1(\mathbf{r}_L) = 2\pi^2 \left[ \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \right] .$$



$$\int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = 1/3$$

より、(6-8-6)式が成り立つ。

(6-8-7)式についても同様に行えば良い。また、 $\beta_j(\mathbf{x})=0$ も同様に証明される。

(証明終)

8. 3  $\alpha_{lk}(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_l r_k d\omega = 0 \ (l \neq k)$  の証明

$$\alpha_{lk}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) \left[ \int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_l r_k d\omega \right] d\omega_L \quad (6-8-8)$$

と表される。ここで任意の $\mathbf{r}_L$ に対して、

$$\int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_l r_k d\omega = 0 \quad (l \neq k) \quad (6-8-9)$$

を証明すれば良い。

(証明)

$\omega$  の積分範囲は  $4\pi$  立体角なので、 $\mathbf{r}_L = (0, 0, 1)$  としても一般性を失わない。

$$\int_{\omega=4\pi} |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| r_l r_k d\omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} |\cos \theta| r_l r_k \sin \theta d\theta d\phi$$

$\alpha_{lk}$  は  $l$  と  $k$  に対して対称だから、 $l < k$  の場合のみ調べる。

(i)  $r_l = \sin \theta \cos \phi, r_k = \sin \theta \sin \phi$  のとき、

$$\int_0^{2\pi} \cos \phi \sin \phi d\phi = 0$$

より、(6-8-9)式が成り立つ。

(ii)  $r_l = \sin \theta \cos \phi, r_k = \cos \theta$  のとき、

$$\int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi = 0$$

より、(6-8-9)式が成り立つ。

(iii)  $r_l = \sin\theta \sin\phi, r_k = \cos\theta$  のとき、

$$\int_0^{2\pi} \sin\phi d\phi = 0$$

より、(6-8-9)式が成り立つ。

(証明終)

8. 4  ${}^*\beta_{lk}(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_l r'_k d\omega' d\omega = 0 \ (l \neq k)$  の証明

$${}^*\beta_{lk}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{T}{\pi} \right) \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) s_1(\mathbf{r}_L) d\omega_L + \frac{1}{2\pi} \left( \frac{R}{\pi} \right) \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) s_2(\mathbf{r}_L) d\omega_L \quad (6-8-10)$$

ここで、

$$s_1(\mathbf{r}_L) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} H[(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L')] r_l r'_k d\omega' d\omega \quad (6-8-11)$$

$$s_2(\mathbf{r}_L) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} H[-(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L')] r_l r'_k d\omega' d\omega \quad (6-8-12)$$

と表される。ここで任意の  $\mathbf{r}_L$  に対して

$$s_1(\mathbf{r}_L) = 0 \ (l \neq k) \quad (6-8-13)$$

$$s_2(\mathbf{r}_L) = 0 \ (l \neq k) \quad (6-8-14)$$

を証明すれば良い。

(証明)

$\omega$  の積分範囲は  $4\pi$  立体角なので、 $\mathbf{r}_L = (0, 0, 1)$  としても一般性を失わない。

$$\begin{aligned} s_1(\mathbf{r}_L) &= \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} H[\cos\theta \cos\theta'] r_l r'_k d\omega' d\omega \\ &= \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} r_l \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \cdot \int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi/2} r'_k \cos\theta' \sin\theta' d\theta' d\phi' \\ &\quad + \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=\pi/2}^{\pi} r_l \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \cdot \int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=\pi/2}^{\pi} r'_k \cos\theta' \sin\theta' d\theta' d\phi' \end{aligned}$$

(i)  $r_l = \sin\theta \cos\phi$  のとき、

$$\int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi = 0$$

より、(6-8-13)式が成り立つ。

(ii)  $r_l = \sin \theta \sin \phi$  のとき、

$$\int_0^{2\pi} \sin \phi d\phi = 0$$

より、(6-8-13)式が成り立つ。

(iii)  $r_l = \cos \theta$  のとき、

$r'_k = \sin \theta' \cos \phi'$  なら、

$$\int_0^{2\pi} \cos \phi' d\phi' = 0$$

より、(6-8-13)式が成り立つ。

$r'_k = \sin \theta' \sin \phi'$  なら、

$$\int_0^{2\pi} \sin \phi' d\phi' = 0$$

より、(6-8-13)式が成り立つ。

(6-8-14)式も同様に証明される。

(証明終)



## 第7章 植物群落内乱流のモデリング

### 1. はじめに

この章では、植物群落内の乱流モデルについて考察する。植群落内の気流を、大きなメッシュサイズで数値計算しようとする、セル（差分格子）内に葉を含んでしまうため、個々の葉の境界を明確にし、境界条件を立てて計算することは不可能になる。葉群をセル体積内の抵抗物体と見なす方が賢明である。このような流れ場を解析するには、多孔性物体内の流れとして概念化すれば統一的な取り扱いが行える。

植物キャノピー流の解析的研究は Inoue (1963) や Cowan (1968) によって始められた。Kondo and Akashi (1976) は乱流拡散係数の概念を用い、長さのスケールをせん断力と速度勾配で表すことにより、乱流エネルギーも精度良く予測した。井上(1985)は Wilson and Shaw (1977)のモデルを種々の植物キャノピーに適用し、良い結果を得た。Wilson and Shaw のモデルでは、レングスケールを既知として与えており、また乱流場に対する平均操作は空間平均のみ行っている。Yamada (1982) は、空間平均とアンサンブル平均は等しいと考えて、レングスケールの方程式を用いた2方程式モデルを導出している。Uno ら(1989)は Yamada のモデルを(k-ε)2方程式モデルに変換し、植物キャノピーでの乱流モデルが都市境界層にも適用できることを示した。また、Svensson and Haggkvist (1990)は、Uno らとは別に植物キャノピーの(k-ε)2方程式モデルを提案した。Raupach and Shaw (1982) は植物キャノピー乱流の平均化の方法について研究し、空間平均のみのモデル化とアンサンブル平均と空間平均を施した場合との違いについて考察している。Raupach ら (1986) は温度拡散も含めた乱流構造の実験的研究を行った。この実験では、Raupach らは乱流モデルの作成のためのデータを得ることを目指した。Shaw and Seginer (1987) は、レイノルズ応力に表れる3次相関のモデル化を試みている。Wilson (1988) は、多重時間スケールを用いたモデル化を行っている。また、村上ら(1988a, 1988b) はクリーンルーム内の気流性状に関して、床グレーチング部の解析にこのようなモデル化の方法を示している。

以上の研究を基に、この研究では植物キャノピー流のようにセル体積（差分格子）内に抵抗物体がある場合の乱流モデルの作成を試みる。モデル化に関しては、平均化操作の定義を明確にし、平均流などの物理量の定義を厳密に行った。モデルの作成時に生じる完結問題に関しては、Hanjalic and Launder (1972), Launder et al. (1975), Gibson and Launder (1978) の半実験的方法に従った。作成された乱流モデルは、植物キャノピー流に適用され、測定値との比較がなされた。

### 2. 平均化操作

#### 2.1 平均化操作の方法

セル体積（差分格子内部の体積）内に抵抗物体がある場合、このような流れの場を数値的に解くには、何らかの平均化操作が必要になる。乱流場のモデル化に対しては、一般には次の3種の方法が考えられる。

- (1) 空間平均のみ行い、アンサンブル平均を行わない。

(2) 最初に空間平均を施し、次にアンサンブル平均を行う。

(3) 最初にアンサンブル平均を行い、次に空間平均を行う。

第1の方法の基本的な考え方は、十分に広い範囲で空間平均を施せば、時間的にも小さなスケールの乱れは平滑化され、アンサンブル平均をする必要はないという考え方である。しかし、実際には空間平均のみを行ってもアンサンブル平均を行ったことにならない(極言すれば、空間平均を行っても、時間的に定常とはならない)場合が生じる。(k-ε)モデルのようなアンサンブル平均したモデルには適用困難である。

第2の方法では、乱れのスケールを空間平均体積内の小さなスケールと空間平均におらない大きなスケールに分離したことになる。小さいスケールの乱れに対しては、乱れの統計量の式を導入し、空間平均操作の際にモデル化を行う。次に、大きなスケールの乱れに時間変動成分と小さなスケールの空間平均された統計量の時間変動成分に対してアンサンブル平均し、モデル化を行う。3種の平均化操作のうち、この第2の平均化操作が、モデル化に対しては最も容易であるが、この方法の難点は比較のための実験データを得ることが困難なことである。現在の測定技術では、瞬時瞬時の空間平均を測定することは不可能である。モデルの検証を行うためには、LES (Large Eddy Simulation) や DNS (Direct Numerical Simulation) といった数値解法に頼る以外にない。これらの数値的手法は、数値計算上の拘束からモデルの検証が可能な流れ場が限定される。また、LES では、植栽内流れ場での LES 自体の検証をする必要がある。以上のように、第2の平均化操作が、モデル化に対しては容易であるが、比較のための実験データを得ることは困難である。

第3の方法の利点は、実験データとの比較が可能な点にある。また、モデル化に関しては、形式的には第2の方法とほとんど同じ方程式系が得られる。

この研究では、第3の平均化操作により、流れの支配方程式を平均化する。その際に生じる完結問題に関しては、Hanjalic and Launder (1972), Launder et al. (1975), Gibson and Launder (1978) の半実験的方法を適用する。

## 2. 2 空間平均の定義

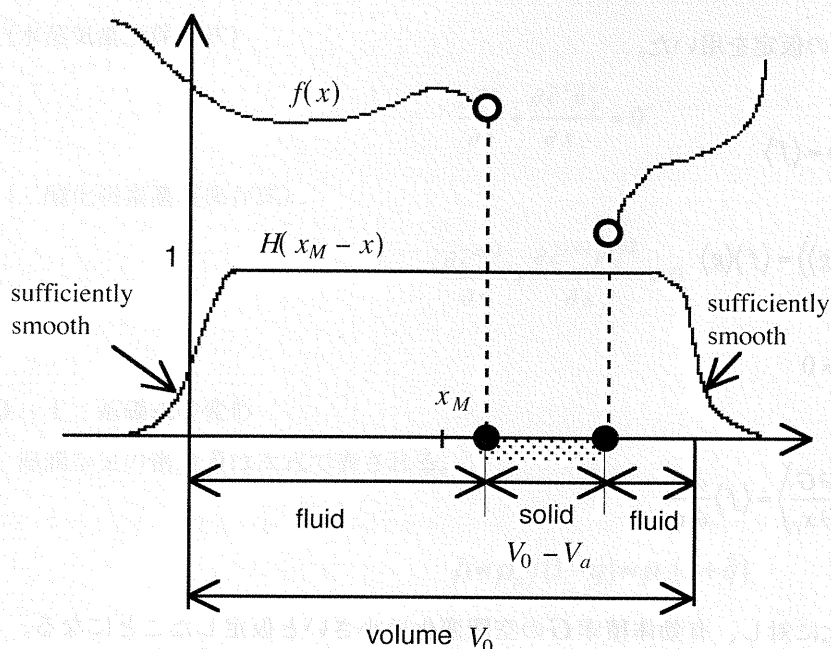
空間平均に関しては次式で定義する。

$$\langle f \rangle \equiv \frac{1}{V_a(\mathbf{x})} \int H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (7-2-1)$$

ここで、フィルター関数  $H$  は体積が  $V_0$ 、即ち、

$$\int H(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = V_0$$

で十分滑らか、 $|x| \rightarrow \infty$  で  $H(x) \rightarrow 0$  となる関数である。フィルター関数  $H$  は1次元の場合、例えば図1のようになる。



Only the part of fluid should be integrated in case of spatial integration. So, we set quantity  $f(x) = 0$  in the solid part even if  $f(x)$  has a value in the solid including the surface.  $f(x)$  may be discontinuous on the interface between the solid and the fluid, but the limit value of  $f(x)$  on the interface must be bounded.

$$\int_{-\infty}^{\infty} H(x) dx = V_0$$

図1 フィルター関数の例（1次元の場合）

また、村上、加藤ら(1988a, b)らに従い、有効体積率  $G$  を次式で定義する。

$$\text{有効体積率: } G(\mathbf{x}) = \frac{V_a(\mathbf{x})}{V_0} \quad (7-2-2)$$

フィルター関数  $H$  の性質として次の2つがある。

(性質1)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{G} \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{V_a} \|f n_i\| \quad (7-2-3)$$

但し、

$$\|f n_i\| = \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') n'_i ds(\mathbf{x}')$$

$n_i$  は外向き法線ベクトル（流体部から物体表面へ方向が正）。

(性質2)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V_a} \|f v_j n_j\| \quad (7-2-4)$$

但し、

$$\|f v_j n_j\| = \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}', t) v_j(\mathbf{x}') n'_j ds(\mathbf{x}')$$

$v_j$  は抵抗物体表面の速度。



また、平均操作の段階で次の4つの仮定を用いた。

(仮定1)

$$\langle\langle f \rangle\rangle = \langle f \rangle$$

(仮定2)

$$\langle f \cdot g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$$

(仮定3) 個体表面上で、

$$\bar{U}_i = 0$$

(仮定4)

$$\left\langle f \cdot \frac{\partial G}{\partial x_i} \right\rangle = \langle f \rangle \frac{\partial G}{\partial x_i}$$

(仮定4)は、 $\langle f \rangle$ の空間変化に対し、有効体積率 $G$ の空間変化は小さいと仮定したことになる。この仮定なしでもモデル化は可能であり、(仮定4)はそれほど重要ではない。(仮定3)より、葉面のように固体表面が瞬時に変化する場合には、時間平均値がゼロとなる位置を葉面の位置と定義する。固定された抵抗物体では、表面上の風速の時間変動成分はゼロとなる。葉面のように風速変動により抵抗物体が変動する場合には、表面上の風速の変動成分はゼロでない。

(性質2)は省略される。なぜなら、この研究では、(1) 平均操作に関して、第3の方法(アンサンブル平均した後に空間平均する)を採用していること、(2) 葉面の位置を葉面のアンサンブル平均風速がゼロとなる位置と定義していること、以上の2点から(性質2)は以下の節で示す式の展開の上では表れてこない。抵抗物体が基準の座標系に対して速度を持っている場合には、この(性質2)は考慮されなければならない。

### 3. 基礎式

植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支のモデル化には、以下のような基礎式が必要である。

(質量保存式)

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (7-3-1)$$

(運動量保存式)

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \tilde{\rho} g_i \beta (\tilde{\theta} - \Theta_0) - \frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (7-3-2)$$

(エンタルピー保存式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( c^a \tilde{H}^a + \tilde{c}^v \tilde{H}^v \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( c^a \tilde{H}^a \tilde{u}_j + \tilde{c}^v \tilde{H}^v \tilde{u}_j \right) = & \kappa \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x_j^2} \\ & + \frac{D \tilde{p}_a}{Dt} - \tilde{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \left[ \tilde{\rho}^a (\tilde{u}_j^a - \tilde{u}_j) g_j + \tilde{\rho}^v (\tilde{u}_j^v - \tilde{u}_j) g_j \right] \end{aligned} \quad (7-3-3)$$

(水蒸気濃度保存式)

$$\frac{\partial \tilde{c}^v}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{c}^v \tilde{u}_j^v}{\partial x_j} = 0 \quad (7-3-4)$$

(二酸化炭素濃度保存式)

$$\frac{\partial \tilde{c}^{co2}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{c}^{co2} \tilde{u}_j^{co2}}{\partial x_j} = 0 \quad (7-3-5)$$

### 3. 1 基礎式の変形

湿潤空気の密度  $\tilde{\rho}$  は次式で表される。

$$\tilde{\rho} = \rho_a / (1 - \tilde{q}) \approx \rho_a (1 + \tilde{q})$$

$O(q') \ll O(\tilde{q})$  だから、湿潤空気の密度  $\tilde{\rho}$  の空間微分、時間微分は、他の物理量の空間微分、時間微分変化よりも小さいと見なし、 $\tilde{\rho} \approx \rho = \text{const.}$  として以後の式の導出を行う。従って、質量保存式と運動量保存式は次式のようになる。

(連続の式)

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (7-3-1')$$

(運動量保存式)

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \beta g_i (\tilde{\theta} - \Theta_0) - \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (7-3-2')$$

水蒸気と二酸化炭素は希薄気体(dilute gas)とみなすと、(7-3-4)式と(7-3-5)式は次のように書き換えられる。ただし、水蒸気に関しては、比湿 ( $q$ ) で表した。

(水蒸気濃度保存式)

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{q}}{\partial x_j} = \alpha_v \frac{\partial^2 \tilde{q}}{\partial x_j^2} \quad (7-3-4')$$

(二酸化炭素濃度保存式)

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{c}}{\partial x_j} = \alpha_c \frac{\partial^2 \tilde{c}}{\partial x_j^2} \quad (7-3-5')$$

### 3. 2 エンタルピー保存式から植栽内の湿潤空気の温度方程式の導出

エンタルピー保存式(7-3-3)と水蒸気保存式(7-3-4)式を再度記述する。ただし、瞬時値を示す記号 ( $\sim$ )

は省略した。

$$\frac{\partial c^v}{\partial t} + \frac{\partial c^v u_j^v}{\partial x_j} = 0 \quad (7-3-4'')$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (c^a \hat{H}^a + c^v \hat{H}^v) + \frac{\partial}{\partial x_j} (c^a \hat{H}^a u_j^a + c^v \hat{H}^v u_j^v) = & \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} \\ & + \frac{D p_a}{D t} - \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + [\rho^a (u_j^a - u_j) g_j + \rho^v (u_j^v - u_j) g_j] \end{aligned} \quad (7-3-3'')$$

ここで、 $c^v$ は水蒸気のマール濃度、 $u_i^v$ は水蒸気のマール速度、 $\hat{H}^a$ は乾燥空気のマールエンタルピー、 $c^a$ は乾燥空気のマール濃度、 $\hat{H}^v$ は水蒸気のマールエンタルピー、 $\theta$ は気温、 $u_i^a$ は乾燥空気のマール速度、 $p_a$ は絶対圧を示す。

ランダウとリフシツ(1970)によれば、流体のマール速度が音速に比べて小さいとき、運動の結果生じる圧力の変化は、他の熱力学的諸量の変化に比べて小さいことが記述されている。このことは、次のようにも解釈できる。即ち、(7-3-3'')式左辺と右辺第1項が熱エネルギーに関する項であり、右辺の残りの項が運動の結果生じる項である。従って、オーダー比較すると、

$$O\left(\frac{D p_a}{D t}\right) \approx O\left(-\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$$

と考えられる。右辺第3項は粘性による運動エネルギーの熱エネルギーへの変換を示す。この項は温度変化に係する項に比べて小さいため、(7-3-3'')式では省略できる。従って、右辺第2項の圧力変化項も省略できる。

水蒸気のマール濃度は小さいため、 $u_i^v \approx u_i^a \approx u_i$ と見なせるから、右辺第4項も省略できる。

以上のことを考慮して、(7-3-3'')式を積分表現すれば、次式となる。

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^a \hat{H}^a + c^v \hat{H}^v) dV + \int_{S-\text{leaf}} (c^a \hat{H}^a u_j^a + c^v \hat{H}^v u_j^v) n_j dS \\ + \int_{\text{leaf}} (c^a \hat{H}^a u_j^a + c^v \hat{H}^v u_j^v) n_j dS = \int_{S-\text{leaf}} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS + \int_{\text{leaf}} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS \end{aligned}$$

次に、水蒸気のマールエンタルピー ( $\hat{H}^v$ ) を蒸発エンタルピー ( $l_v$ ) と温度に依存する項 ( $\hat{H}_\theta^v$ ) に分離して、上式を書き直す。

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^a \hat{H}^a) dV + \int_{S-\text{leaf}} c^a \hat{H}^a u_j^a dS + \int_{S-\text{leaf}} c^a \hat{H}^a u_j^a dS$$



$$\begin{aligned}
& + \int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^v \hat{H}_\theta^v) dV + \int_{S-\text{leaf}} c^v \hat{H}_\theta^v u_j^v dS + \int_{S-\text{leaf}} c^v \hat{H}_\theta^v u_j^v dS \\
& + \int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^v l_v) dV + \int_{S-\text{leaf}} c^v l_v u_j^v dS + \int_{S-\text{leaf}} c^v l_v u_j^v dS \\
& = \int_{S-\text{leaf}} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS + \int_{\text{leaf}} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS
\end{aligned} \quad (7-3-6)$$

(7-3-4'')式に気化熱  $l_v$  (定数) を掛けて積分表示すると、

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^v l_v) dV + \int_{S-\text{leaf}} c^v l_v u_j^v dS + \int_{S-\text{leaf}} c^v l_v u_j^v dS = 0 \quad (7-3-7)$$

であるから、(7-3-6)式から気化熱の項は消去できて、(7-3-6)式は次式となる。

$$\begin{aligned}
& \int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^a \hat{H}^a) dV + \int_{S-\text{leaf}} c^a \hat{H}^a u_j^a dS + \int_{S-\text{leaf}} c^a \hat{H}^a u_j^a dS \\
& + \int_V \frac{\partial}{\partial t} (c^v \hat{H}_\theta^v) dV + \int_{S-\text{leaf}} c^v \hat{H}_\theta^v u_j^v dS + \int_{S-\text{leaf}} c^v \hat{H}_\theta^v u_j^v dS \\
& = \int_{S-\text{leaf}} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS + \int_{\text{leaf}} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS
\end{aligned} \quad (7-3-8)$$

(7-3-8)式から、葉面からの水蒸気の流入による湿潤空気の温度変化を考えると、水蒸気の気化熱による項は考慮する必要がないことが分かる。

湿潤空気のエンタルピーの温度依存項  $(c^a \hat{H}^a + c^v \hat{H}^v)$  の増分を次式のように温度の増分で表す。

$$\Delta(c^a \hat{H}^a + c^v \hat{H}^v) = \rho c_p \Delta \theta$$

(7-3-8)式を微分形で表し、上式と  $u_i^v \approx u_i^a \approx u_i$  の関係を用いると、エンタルピー保存式から湿潤空気の温度方程式が次式のような形で得られる。

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \theta u_j}{\partial x_j} \right] = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} \quad (7-3-3'')$$

次に、(7-3-8)式の葉面積分項について考察する。

$-c^v u_j^v n_j = E$  ( $E$ は蒸散速度[mol/(m<sup>2</sup>s)])を考慮すると、

$$-\int_{leaf} c^v \hat{H}_\theta^v u_j^v n_j dS = E \hat{H}_\theta^v S_{leaf} = E C_p^{vap} (\theta_l - \theta) S_{leaf} \quad (7-3-9)$$

ここで、 $\hat{H}_\theta^v = C_p^{vap} (\theta_l - \theta)$ とした。基準温度は周囲空気温度 $\theta$ を用いた。 $\theta_l$ は葉温、 $S_{leaf}$ は葉面積。

$$\begin{aligned} c^{CO_2} u_j^{CO_2} n_j &= A_n \\ c^{O_2} u_j^{O_2} n_j &= A \end{aligned}$$

を考慮すると、光合成の際に酸素と二酸化炭素によるエネルギー流出入量は次式となる。

$$\begin{aligned} -\int_{leaf} c^a \hat{H}^a u_j^a n_j dS &= (\hat{H}^{O_2} A - \hat{H}^{CO_2} A_n) S_{leaf} \\ &= [C_p^{O_2} (\theta_l - \theta) A - C_p^{CO_2} (\theta_l - \theta) A_n] S_{leaf} \end{aligned} \quad (7-3-10)$$

ここで、 $\hat{H}^{O_2} = C_p^{O_2} (\theta_l - \theta)$ 、 $\hat{H}^{CO_2} = C_p^{CO_2} (\theta_l - \theta)$ の関係を用いた。 $A$ は光合成速度、 $A_n$ は正味光合成速度を表す。

顕熱流の項は、葉面での対流熱伝達率 ( $h_c$ ) を用いて、以下のように表される。

$$\int_{leaf} \kappa \frac{\partial \theta}{\partial x_j} n_j dS = 2 h_c (\theta_l - \theta) S_{leaf} \quad (7-3-11)$$

(7-3-9),(7-3-10),(7-3-11)式が葉面と周囲空気との熱エネルギー交換を示す。気化熱を考慮する必要はない。ただし、 $C_p^{vap}$ 、 $C_p^{CO_2}$ 、 $C_p^{O_2}$ は、水蒸気、二酸化炭素、酸素の定圧モル熱容量である。

### 3. 3 基礎式のまとめ

以上の考察より、この研究で使用する基礎式としては、(7-3-1'), (7-3-2'), (7-3-3'), (7-3-4'), (7-3-5')式を用いることにする。これらの式を再度記述する。

(連続の式)

$$\frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (7-3-1')$$

(運動量保存式)

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} - \beta g_i (\tilde{\theta} - \Theta_0) - \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (7-3-2')$$

(温度の式)

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\theta} \tilde{u}_j}{\partial x_j} \right] = \kappa \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x_j^2} \quad (7-3-3')$$

(比湿の式)

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{q}}{\partial x_j} = \alpha_v \frac{\partial^2 \tilde{q}}{\partial x_j^2} \quad (7-3-4')$$

(二酸化炭素濃度保存式)

$$\frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{c}}{\partial x_j} = \alpha_c \frac{\partial^2 \tilde{c}}{\partial x_j^2} \quad (7-3-5')$$

ここで、

$$\tau_{ij} = -\nu \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (7-3-12)$$

$$\rho = \rho_a / (1 - q) \approx \rho_a (1 + q) \quad (7-3-13)$$

$$c_p = c_{pa} + (c_{pv} - c_{pa}) q \quad (7-3-14)$$

ただし、温度の式を空間平均する場合には、(7-3-9), (7-3-10), (7-3-11)式を考慮する。

#### 4. 平均流の式

(7-3-1'), (7-3-2'), (7-3-3'), (7-3-4'), (7-3-5')式をアンサンブル平均し、後に空間平均すれば、以下のような平均流の式が得られる。

(連続の式)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_j} = S_{vap} + S_{O_2} - S_{CO_2} \quad (7-4-1)$$

$$S_{vap} = 0.018 a E / (\rho G) \quad (7-4-2)$$

$$S_{O_2} = 0.032 a A / (\rho G) \quad (7-4-3)$$

$$S_{CO_2} = 0.044 a A_n / (\rho G) \quad (7-4-4)$$

(運動量式)

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ P \delta_{ij} + \langle \bar{T}_{ij} \rangle + \langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle + \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle \right]}{\partial x_j} - F_i \quad (7-4-5)$$

ただし、



$$\begin{aligned}\bar{T}_{ij} &= -\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right), \quad \overline{u'_i u'_j} \equiv \bar{u'_i u'_j}, \quad \bar{u}_i \equiv \bar{u}_i, \quad \bar{P} \equiv \bar{p} \\ F_i &= \frac{1}{V_a} \left\| \left( \bar{P} \delta_{ij} / \rho + \bar{T}_{ij} + \overline{u'_i u'_j} \right) n_j \right\| \\ &= \frac{1}{V_a} \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \left[ \bar{P}(\mathbf{x}') \delta_{ij} / \rho + \bar{T}_{ij}(\mathbf{x}) + \overline{u'_i(\mathbf{x}') u'_j(\mathbf{x}')} \right] n'_j dS(\mathbf{x}')\end{aligned}\quad (7-4-6)$$

(温度の式)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j \Theta}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{\theta}' u'_j \rangle + \langle \bar{\theta}'' \bar{u}''_j \rangle \right]}{\partial x_j} + \frac{a \left[ H + H_{vap} + H_{O_2} - H_{CO_2} \right]}{\rho c_p} \quad (7-4-7)$$

ただし、3. 2節を考慮して、

$$\begin{aligned}\bar{\theta}' u'_i &\equiv \bar{\theta}' \bar{u}'_i, \quad \bar{\theta} \equiv \bar{\theta} \\ aH &= \frac{1}{V_a} \left\| \left( \kappa \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \rho c_p \bar{\theta}' u'_j \right) n_j \right\| = 2h_c (\Theta_l - \Theta) a / G\end{aligned}\quad (7-4-8)$$

$$aH_{vap} = \frac{1}{V_a} \left\| -\left( \bar{c}^v \bar{H}_\theta^v \bar{u}'_j \right) n_j \right\| = \frac{S_{leaf}}{V_a} E \bar{H}_\theta^v = E C_p^{vap} (\Theta_l - \Theta) a / G \quad (7-4-9)$$

$$aH_{O_2} = \frac{1}{V_a} \left\| -\left( \bar{c}^{O_2} \bar{H}_\theta^{O_2} \bar{u}'_j \right) n_j \right\| = \frac{S_{leaf}}{V_a} A \bar{H}_\theta^{O_2} = A C_p^{O_2} (\Theta_l - \Theta) a / G \quad (7-4-10)$$

$$aH_{CO_2} = \frac{1}{V_a} \left\| -\left( \bar{c}^{CO_2} \bar{H}_\theta^{CO_2} \bar{u}'_j \right) n_j \right\| = \frac{S_{leaf}}{V_a} A_n \bar{H}_\theta^{CO_2} = A_n C_p^{CO_2} (\Theta_l - \Theta) a / G \quad (7-4-11)$$

(比湿の式)

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j q}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{q}' u'_j \rangle + \langle \bar{q}'' \bar{u}''_j \rangle \right]}{\partial x_j} + S_{vap} \quad (7-4-12)$$

ここで、

$$\begin{aligned}\bar{q}' u'_i &\equiv \bar{q}' \bar{u}'_i, \quad \bar{q} \equiv \bar{q} \\ S_{vap} &= \frac{1}{V_a} \left\| \left( \alpha_v \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} - \bar{q}' u'_j \right) n_j \right\| = \frac{0.018 E a}{\rho G}\end{aligned}\quad (7-4-13)$$

(二酸化炭素濃度の式)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j C}{\partial x_j} = -\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{c}' u'_j \rangle + \langle \bar{c}'' \bar{u}''_j \rangle \right]}{\partial x_j} - a A_n / G \quad (7-4-14)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \overline{c'u'_i} &\equiv \overline{\tilde{c}'\tilde{u}'_i}, \quad \bar{c} = \bar{\tilde{c}} \\ aA_n/G &= \frac{1}{V_a} \left\| \left( -\alpha_c \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} + \overline{c'u'_j} \right) n_j \right\| = \frac{1}{V_a} \left\| \left( \overline{\tilde{c}^{CO2}\tilde{u}_j^{CO2}} \right) n_j \right\| = \frac{A_n S_{leaf}}{V_a} \end{aligned} \quad (7-4-15)$$

(7-4-1) ~ (7-4-15)式において、平均流の値を次のように表した。

$$U_i \equiv \langle \tilde{u}_i \rangle, \quad \Theta \equiv \langle \tilde{\theta} \rangle, \quad q \equiv \langle \tilde{q} \rangle, \quad C \equiv \langle \tilde{c} \rangle$$

## 5. 乱流統計量の式

### 5. 1 乱れのエネルギーの式

時間変動成分による乱れのエネルギーを  $k'$ 、空間変動成分による乱れのエネルギー  $k''$  を、両成分の乱れのエネルギーを加えたものを乱れのエネルギー  $k$  と定義する。即ち、

$$k \equiv k' + k'' = \frac{1}{2} \langle \overline{u'_j u'_j} \rangle + \frac{1}{2} \langle \overline{u''_j u''_j} \rangle \equiv \frac{1}{2} \overline{u_j u_j} \quad (7-5-1)$$

$$k' \equiv \frac{1}{2} \langle \overline{u'_j u'_j} \rangle, \quad k'' \equiv \frac{1}{2} \langle \overline{u''_j u''_j} \rangle$$

( $k'$ の式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial k'}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k k'}{\partial x_k} &= - \frac{\langle \overline{u'_i u'_i} \rangle}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} - \left\langle \left( \overline{u'_i u'_i} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle - \nu \left\langle \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \right\rangle - \beta g_k \langle \overline{\theta' u'_k} \rangle + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left\langle \overline{u'_i \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right)} \right\rangle \\ &\quad \text{production from mean shear flow} \quad \text{production from dispersive component} \quad \text{viscous dissipation} \quad \text{buoyancy} \quad \text{molecular diffusion} \\ - \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \frac{\langle \overline{p' u'_i} \rangle}{\rho} \delta_{ik} + \frac{1}{2} \langle \overline{u'_i u'_i u'_k} \rangle + \left\langle \overline{u''_k} \frac{1}{2} \left( \overline{u'_i u'_i} \right)'' \right\rangle \right] &- \frac{1}{V_a} \left\| \frac{\overline{p' u'_n}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k u'_n} - \nu u'_k \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_n} + \frac{\partial u'_n}{\partial x_i} \right) \right\| \\ &\quad \text{turbulent diffusion} \quad \text{surface integral term} \end{aligned} \quad (7-5-2)$$

( $k''$ の式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial k''}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k k''}{\partial x_k} &= - \frac{\langle \overline{u''_i u''_i} \rangle}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} + \left\langle \left( \overline{u'_i u'_i} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle - \nu \left\langle \left( \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k''}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle - \beta g_k \langle \overline{\theta'' u''_k} \rangle + U_k F_k \\ &\quad \text{production from mean shear flow} \quad \text{dissipation toward turbulent component} \quad \text{viscous dissipation} \quad \text{buoyancy} \quad \text{production by drag force} \\ + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \left\langle \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k''}{\partial x_i} \right) \bar{u}_i'' \right\rangle \right] &- \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \frac{\langle \overline{p'' u''_i} \rangle}{\rho} \delta_{ik} + \frac{1}{2} \langle \overline{u''_i u''_i u''_k} \rangle + \left\langle \left( \overline{u'_i u'_i} \right)'' \bar{u}_i'' \right\rangle \right] \\ &\quad \text{molecular diffusion} \quad \text{turbulent diffusion} \end{aligned} \quad (7-5-3)$$

(7-5-3)式における抗力による生成項 ( $U_k F_k$ ) は次のように導出される。

$$U_k F_k \Leftarrow -\frac{1}{V_a} \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \bar{u}_i''(\mathbf{x}') \left[ \frac{\bar{p}''(\mathbf{x}')}{\rho} \delta_{ij} + \left( \overline{u_i'(\mathbf{x}') u_j'(\mathbf{x}')} \right)'' + \bar{T}_{ij}''(\mathbf{x}') \right] n_j' dS(\mathbf{x}') \quad (7-5-4)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \bar{u}_i'' &= \bar{U}_i - \langle \bar{U}_i \rangle = \bar{U}_i - U_i, \quad \bar{p}'' = \bar{P} - \langle \bar{P} \rangle = \bar{P} - P, \quad \left( \overline{u_i' u_j'} \right)'' = \overline{u_i' u_j'} - \langle \overline{u_i' u_j'} \rangle, \quad \bar{T}_{ij}'' = \bar{T}_{ij} - \langle \bar{T}_{ij} \rangle \\ \bar{u}_i|_{\text{leaf surface}} &= 0, \quad \therefore \bar{u}_i''|_{\text{leaf surface}} = -U_i \\ U_i &= \text{const.}, \quad P = \text{const.}, \quad \langle \overline{u_i' u_j'} \rangle = \text{const.}, \quad \langle \bar{T}_{ij} \rangle = \text{const. in } V_0 \end{aligned}$$

以上より、(7-5-4)式は以下になる。

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{V_a} \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \bar{u}_i''(\mathbf{x}') \left[ \frac{\bar{p}''(\mathbf{x}')}{\rho} \delta_{ij} + \left( \overline{u_i'(\mathbf{x}') u_j'(\mathbf{x}')} \right)'' + \bar{T}_{ij}''(\mathbf{x}') \right] n_j' dS(\mathbf{x}') \\ &= \frac{U_i}{V_a} \int_s H(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \left[ \frac{\bar{P}(\mathbf{x}')}{\rho} \delta_{ij} + \overline{u_i'(\mathbf{x}') u_j'(\mathbf{x}')} + \bar{T}_{ij}(\mathbf{x}') \right] n_j' dS(\mathbf{x}') = U_i F_i \end{aligned} \quad (7-5-5)$$

(7-5-2)式と(7-5-3)式を加えると、乱れのエネルギー  $k$  の式が得られる。

(乱れのエネルギー式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k k}{\partial x_k} &= P_k + P_{l \rightarrow s} - \varepsilon_{l \rightarrow s} + U_k F_k - \beta g_k \overline{\theta u_k} - \varepsilon + d_i + d_v + d_s \quad (7-5-6) \\ P_k &= -\frac{\langle \overline{u_i u_k} \rangle}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} \\ P_{l \rightarrow s} &= \varepsilon_{l \rightarrow s} = -\left\langle \left( \overline{u_i' u_k'} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle \\ d_i &= -\frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \frac{1}{2} \langle \overline{u_i' u_i' u_k'} \rangle + \frac{1}{2} \left\langle \left( \overline{u_i' u_i'} \right)'' \bar{u}_k'' \right\rangle + \left\langle \left( \overline{u_i' u_k'} \right)'' \bar{u}_i'' \right\rangle + \frac{1}{2} \langle \bar{u}_i'' \bar{u}_i'' \bar{u}_k'' \rangle + \frac{\langle \bar{p}' u_i' \rangle}{\rho} \delta_{ik} + \frac{\langle \bar{p}'' \bar{u}_i'' \rangle}{\rho} \delta_{ik} \right] \\ d_v &= \frac{\nu}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \left\langle \overline{u_k' \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \right)} \right\rangle + \left\langle \bar{u}_k'' \left( \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} + \frac{\partial \bar{u}_k''}{\partial x_i} \right) \right\rangle \right] \\ d_s &= -\frac{1}{V_a} \left\| \frac{\overline{p' u_n'}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{u_k' u_k' u_n'} - \nu u_k' \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \right) \right\| \end{aligned}$$



$$\varepsilon = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle$$

(7-5-6)式の各項の物理的意味は以下のようになる。

- $P_k$  : せん断による平均流からの乱れのエネルギー生成項  
 $P_{l \rightarrow s}$  : 乱れの空間変動成分 ( $k''$ ) から実際の乱れ ( $k'$ ) の生成項 (wake production)  
 $\varepsilon_{l \rightarrow s}$  : 乱れの空間変動成分 ( $k''$ ) の実際の乱れ ( $k'$ ) への散逸項 ( $k''$  の実際の散逸項)  
 ここに、 $P_{l \rightarrow s} = \varepsilon_{l \rightarrow s}$  である。  
 $U_k F_k$  : 抗力 ( $F_k$ ) による乱れの空間変動成分 ( $k''$ ) の生成項  
 $-\beta g_k \bar{\theta} u_k$  : 浮力項  
 $\varepsilon$  : 粘性散逸項  
 $d_t$  : 乱流拡散項  
 $d_v$  : 分子拡散項  
 $d_s$  : 物体表面積分項

$P_{l \rightarrow s}$  項と  $\varepsilon_{l \rightarrow s}$  項は、 $k''$  と  $k'$  との間のエネルギー交換を示し、互いに打ち消しあう。実際には(7-5-6)式には表れない。

## 5. 2 Reynolds 応力の式

Reynolds 応力 ( $\overline{u_i u_j}$ ) を次式で定義する。

$$\overline{u_i u_j} \equiv \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle + \langle \bar{u}''_i \bar{u}''_j \rangle \quad (7-5-7)$$

第2節の(仮定1)から(仮定4)を用いて Reynolds 応力の式を導くと次式のようにになる。

( $\langle \overline{u'_i u'_j} \rangle$  の式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle}{\partial x_k} = & - \frac{\langle \overline{u'_i u'_k} \rangle}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_k} - \frac{\langle \overline{u'_j u'_k} \rangle}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} - \left\langle \left( \overline{u'_i u'_k} \right)'' \frac{\partial \bar{u}''_j}{\partial x_k} \right\rangle - \left\langle \left( \overline{u'_j u'_k} \right)'' \frac{\partial \bar{u}''_i}{\partial x_k} \right\rangle \\ & \text{production from mean shear flow} \qquad \text{production from } \langle \bar{u}''_i \bar{u}''_j \rangle \\ & - \beta \left( g_i \langle \bar{\theta}' u'_j \rangle + g_j \langle \bar{\theta}' u'_i \rangle \right) - \nu \left\langle \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle - \nu \left\langle \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \frac{p'}{\rho} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle \\ & \text{buoyancy term} \qquad \text{viscous dissipation} \qquad \text{re-distribution} \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \overline{p' u_i'} \rangle \delta_{jk} / \rho + \langle \overline{p' u_j'} \rangle \delta_{ik} / \rho + \langle \overline{u_j' u_j' u_k'} \rangle + \langle \overline{u_i'' (u_j' u_k')''} \rangle \right]}{\partial x_k}$$

turbulent diffusion

$$+\frac{\nu}{G} \frac{\partial G \left[ \left\langle \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \right) u_j' \right\rangle + \left\langle \left( \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \right) u_i' \right\rangle \right]}{\partial x_k}$$

molecular diffusion

$$-\frac{1}{V_a} \left\| \overline{u_i' u_j' u_k'} + \frac{(\overline{p' u_i' n_j} + \overline{p' u_j' n_i})}{\rho} - \nu \left( \overline{u_i' \left( \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \right) n_k} + \overline{u_j' \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \right) n_k} \right) \right\| \quad (7-5-8)$$

surface integral term

( $\langle \overline{u_i'' u_j''} \rangle$  の式)

$$\frac{\partial \langle \overline{u_i'' u_j''} \rangle}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k \langle \overline{u_i'' u_j''} \rangle}{\partial x_k} = - \frac{\langle \overline{u_i'' u_k''} \rangle}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_k} - \frac{\langle \overline{u_j'' u_k''} \rangle}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} - \left\langle \left( \overline{u_i' u_k'} \right)'' \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_k} \right\rangle - \left\langle \left( \overline{u_j' u_k'} \right)'' \frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_k} \right\rangle$$

production from mean shear flow

dissipation toward  $\langle \overline{u_i' u_j'} \rangle$

$$+ U_i F_j + U_j F_i - \beta (g_i \overline{\theta' u_j'} + g_j \overline{\theta' u_i'}) - \nu \left\langle \left( \frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k''}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_k} \right\rangle - \nu \left\langle \left( \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k''}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_k} \right\rangle$$

drag force term

buoyancy term

viscous dissipation

$$+\frac{\nu}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \left\langle \overline{u_i''} \left( \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k''}}{\partial x_j} \right) \right\rangle + \left\langle \overline{u_j''} \left( \frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k''}}{\partial x_i} \right) \right\rangle \right] - \frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{p'' u_i''} \rangle \delta_{jk} + \langle \overline{p'' u_j''} \rangle \delta_{ik}]}{\rho \partial x_k}$$

molecular diffusion

turbulent diffusion

$$+\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \overline{u_i'' u_j'' u_k''} \rangle + \langle \overline{u_i'' (u_j' u_k')''} \rangle + \langle \overline{u_j'' (u_i' u_k')''} \rangle \right]}{\partial x_k}$$

(7-5-9)

turbulent diffusion

(7-5-8)式と(7-5-9)式を加えると、Reynolds 応力 ( $\overline{u_i u_j}$ ) の式が得られる。

( $\overline{u_i u_j}$  の式)

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + (P_{ij}^{l \rightarrow s} - \varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s}) + F_{ij} + G_{ij} - \varepsilon_{ij} + R_{ij} + d_{ij}^p + d_{ij}^t + d_{ij}^v + d_{ij}^s \quad (7-5-10)$$

$$P_{ij} = -\frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k}$$

$$P_{ij}^{l \rightarrow s} = \varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s} = -\left\langle \left( \overline{u'_i u'_k} \right)'' \frac{\partial \overline{u''_j}}{\partial x_k} \right\rangle - \left\langle \left( \overline{u'_j u'_k} \right)'' \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_k} \right\rangle$$

$$F_{ij} = U_j F_i + U_i F_j$$

$$G_{ij} = -\beta (g_i \overline{\theta u_j} + g_j \overline{\theta u_i})$$

$$R_{ij} = \frac{1}{\rho} \left\langle p' \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle + \frac{1}{\rho} \left\langle \overline{p''} \left( \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u''_j}}{\partial x_i} \right) \right\rangle$$

$$d_{ij}^p = -\frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{p' u'_j} \rangle + \langle \overline{p'' u''_j} \rangle]}{\rho \partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{p' u'_i} \rangle + \langle \overline{p'' u''_i} \rangle]}{\rho \partial x_j}$$

$$d_{ij}^l = -\frac{1}{G} \frac{\partial G [\langle \overline{u'_i u'_j u'_k} \rangle + \langle \overline{u''_i u''_j u''_k} \rangle]}{\partial x_k}$$

$$-\frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \left\langle \overline{u''_k} \left( \overline{u'_i u'_j} \right)'' \right\rangle + \left\langle \overline{u''_i} \left( \overline{u'_j u'_k} \right)'' \right\rangle + \left\langle \overline{u''_j} \left( \overline{u'_i u'_k} \right)'' \right\rangle \right]}{\partial x_k}$$

$$d_{ij}^v = \frac{v}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \left\langle \overline{u'_i} \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \right\rangle + \left\langle \overline{u'_j} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right) \right\rangle \right]$$

$$+ \frac{v}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left[ \left\langle \overline{u''_i} \left( \frac{\partial \overline{u''_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u''_k}}{\partial x_j} \right) \right\rangle + \left\langle \overline{u''_j} \left( \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u''_k}}{\partial x_i} \right) \right\rangle \right]$$

$$d_{ij}^s = -\frac{1}{V_a} \left\| \overline{u'_i u'_j u'_k} n_k + \frac{1}{\rho} (\overline{p' u'_i} n_j + \overline{p' u'_j} n_i) - v \left( \overline{u'_i} \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) + \overline{u'_j} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right) \right) n_k \right\|$$

$$\varepsilon_{ij} = v \left\langle \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle + v \left\langle \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle + v \left\langle \left( \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u''_k}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u''_j}}{\partial x_k} \right\rangle + v \left\langle \left( \frac{\partial \overline{u''_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u''_k}}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \overline{u''_i}}{\partial x_k} \right\rangle$$

$$\approx v \left\langle \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle + v \left\langle \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle \approx 2v \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle$$

(7-5-10)式の各項の物理的意味は次のようになる。

$P_{ij}$  : せん断による平均流からの生成項



$P_{ij}^{l \rightarrow s}$  :  $\langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle$  から  $\langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle$  への  $\langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle$  の生成項 (wake production)

$\varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s}$  :  $\langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle$  から  $\langle \bar{u}_i' \bar{u}_j' \rangle$  への  $\langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle$  の散逸項 ( $\langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle$  の実際の散逸項)

ここに、 $P_{ij}^{l \rightarrow s} = \varepsilon_{ij}^{l \rightarrow s}$  である。

$F_{ij}$  : 物体の抵抗による Reynolds 応力の生成項 (正確には  $\langle \bar{u}_i'' \bar{u}_j'' \rangle$  の式に表れる)

$G_{ij}$  : 浮力項

$R_{ij}$  : 圧力による再分配項

$d_{ij}^p$  : 乱流拡散項

$d_{ij}^t$  : 乱流拡散項

$d_{ij}^v$  : 分子拡散項

$d_{ij}^s$  : 物体表面積分項

$\varepsilon_{ij}$  : 粘性散逸項

### 5. 3 粘性散逸率の式

粘性散逸率 ( $\varepsilon$ ) は次式で表される。

$$\varepsilon \equiv \nu \left\langle \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle + \nu \left\langle \left( \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j''}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_j} \right\rangle \approx \nu \left\langle \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle \approx \nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle \quad (7-5-11)$$

粘性散逸率 ( $\varepsilon$ ) の式は次式で表される。

( $\varepsilon$ 式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k \varepsilon}{\partial x_k} = & -2\nu \left[ \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} \right\rangle \right] \frac{1}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} - 2\nu \beta g_i \left\langle \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle \\ & \text{production from mean shear flow} \qquad \text{buoyancy term} \\ & -2\nu \left\langle \left[ \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right)'' + \left( \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} \right)'' \right] \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle - 2\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \right\rangle - 2 \left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right) \right]^2 \right\rangle \\ & \text{production from } k'' \qquad \text{vortex stretching} \qquad \text{viscous dissipation} \\ & - \frac{1}{G} \frac{\partial G \left[ \langle \bar{u}_k' \varepsilon_1' \rangle + \langle \bar{u}_k'' \varepsilon_1'' \rangle \right]}{\partial x_k} - \frac{2\nu}{\rho G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left\langle \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right\rangle + \frac{\nu}{G} \frac{\partial^2 G \varepsilon}{\partial x_k^2} \\ & \text{turbulent diffusion} \qquad \text{turbulent diffusion} \qquad \text{molecular diffusion} \\ & -2\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle \frac{1}{G} \frac{\partial^2 G U_i}{\partial x_j \partial x_k} - 2\nu \left\langle \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right)'' \frac{\partial^2 \bar{u}_i''}{\partial x_j \partial x_k} \right\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{production from mean flow} \quad \text{production from } k'' \\
& -\frac{1}{V_a} \left\| \overline{u'_k \varepsilon'_1} n_k \right\| + \frac{\nu}{V_a} \frac{\partial \|\varepsilon_1\|}{\partial x_k} n_k + \frac{\nu}{V_a} \left\| \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x_k} n_k \right\| - \frac{2\nu}{V_a \rho} \left\| \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial p'}{\partial x_j} n_k \right\| - 2\nu \left\langle u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \frac{1}{V_a} \left\| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} n_k \right\| \quad (7-5-12) \\
& \text{surface integral terms}
\end{aligned}$$

ただし、

$$\varepsilon_1 = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}, \quad \varepsilon'_1 = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}, \quad \varepsilon''_1 = \varepsilon_1 - \langle \varepsilon_1 \rangle$$

## 6. 物体から働く力 $F_i$ の定義

空間平均の体積要素内の物体から流体に及ぼす力 ( $F_i$ ) を次式で定義する。

$$F_i \equiv a(\mathbf{x}) c_{fi}(\mathbf{x}) U_j^2 \quad (7-6-1)$$

ここに、 $a$  は  $[\text{m}^2/\text{m}^3]$  を単位とする量で、次式で定義した。

$$a \equiv \frac{1}{2} \frac{\text{surface area of solid body in } V_0}{V_a(\mathbf{x})} \quad (7-6-2)$$

葉群の場合には、上式の  $a$  は葉面積密度に一致する。形状係数  $c_{fi}$  は平均流の方向に依存することになる。 $F_i$  には揚力や横力がなく、抗力のみが働くとき、(7-6-1)式はスカラー量の抗力係数  $c_f$  を用いてつぎのように表される。

$$F_i = a(\mathbf{x}) c_f(\mathbf{x}) U_i \sqrt{U_j U_j} \quad (7-6-3)$$

## 7. $(k-\varepsilon)$ 2 方程式モデルの作成

### 7. 1 乱流フラックスの近似

連続の式 ((7-4-1)式) を考慮して、Reynolds 応力 ( $\overline{u_i u_j}$ ) をブシネスク近似する。

$$\overline{u_i u_j} = -\frac{\nu_t}{G} \left[ \frac{\partial G U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial G U_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{2}{3} \nu_t \delta_{ij} (S_{vap} + S_{O_2} - S_{CO_2}) \quad (7-7-1)$$

ここで、

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7-7-2)$$

各乱流フラックスも乱流拡散係数  $\nu_t$  を用いて、以下のように近似する。

$$\overline{\theta u_i} \equiv \langle \overline{\theta' u_i'} \rangle + \langle \overline{\theta''} \overline{u_i''} \rangle = - \frac{\nu_t}{P_r} \frac{1}{G} \frac{\partial G \Theta}{\partial x_i} \quad (7-7-3)$$

$$\overline{q u_i} \equiv \langle \overline{q' u_i'} \rangle + \langle \overline{q''} \overline{u_i''} \rangle = - \frac{\nu_t}{\sigma_v} \frac{1}{G} \frac{\partial G q}{\partial x_i} \quad (7-7-4)$$

$$\overline{c u_i} \equiv \langle \overline{c' u_i'} \rangle + \langle \overline{c''} \overline{u_i''} \rangle = - \frac{\nu_t}{\sigma_c} \frac{1}{G} \frac{\partial G C}{\partial x_i} \quad (7-7-5)$$

ここで、 $P_r$ は乱流 Prandtl 数、 $\sigma_v$ と $\sigma_c$ は乱流 Schmidt 数を示す。

## 7. 2 乱れのエネルギー式の完結

半実験的方法に従い、乱れのエネルギー式 (7-5-6式) の乱流拡散項 ( $d_t$ ) を次のように近似する。

$$d_t \approx \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} c_{rr} \frac{\partial G k}{\partial x_k} \right] \quad (7-7-6)$$

(7-7-6)式に表れる係数  $c_{rr}$  は乱流シュミット数  $\sigma_k$  の補正項を示す。この係数については8節の Differential Stress Model (DSM)の作成の箇所で説明する。

分子粘性による拡散項  $d_v$  は省略できる。抵抗物体の表面積分項  $d_s$  は物体が固定されている場合にはゼロになる。葉のように周囲空気の変動に伴って動く場合には、この項はゼロにはならないが、物体の抗力からの生成項 ( $U_k F_k$ ) との比較から省略できる。抗力  $F_i$  は(7-4-6)式の表面積分で表されるため、 $d_s$  項よりも大きいオーダーを持つ。

以上より、乱れのエネルギー式は次のようにモデル化される。

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j k}{\partial x_j} = P_k + G_k + F_j U_j - \varepsilon + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} c_{rr} \frac{\partial G k}{\partial x_k} \right] \quad (7-7-7)$$

ここで、

$$P_k = - \frac{\overline{u_i u_j}}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_j} \quad (7-7-8)$$

$$G_k = - \beta g_j \overline{\theta u_j} \quad (7-7-9)$$

## 7. 3 粘性散逸率 ( $\varepsilon$ ) の方程式の完結

Hanjalic and Launder (1972)の完結方法に従えば、平均せん断流からの $\varepsilon$ の生成項は次のようにモデル化される。



$$-2\nu \left[ \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle \right] \frac{1}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} \propto \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) P_k$$

空間変動成分からの $\varepsilon$ の生成項も同様に以下のようにモデル化される。

$$-2\nu \left\langle \left[ \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right)'' + \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right)'' \right] \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle \propto \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) P_{l \rightarrow s}$$

ここで、

$$P_{l \rightarrow s} = - \left\langle \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle$$

空間変動成分から実際の乱れのエネルギー ( $k'$ ) の生成項 ( $P_{l \rightarrow s}$ ) を次のように近似する。

$$P_{l \rightarrow s} = - \left\langle \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right)'' \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle \propto \frac{k'^{3/2}}{L}$$

ここで、は物体によって作り出される渦の特徴長さを示す。葉面積密度 ( $a$ ) を用いて、

$$L \propto 1/a(\mathbf{x})$$

と仮定すると、空間変動成分からの $\varepsilon$ の生成項は最終的に次のようにモデル化される。

$$-2\nu \left\langle \left[ \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right)'' + \left( \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right)'' \right] \frac{\partial \bar{u}_i''}{\partial x_k} \right\rangle \propto \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) a k^{3/2}$$

浮力項に関しても同様に、

$$-2\nu \beta g_i \left\langle \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \propto \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) G_k$$

とモデル化する。

Hanjalic and Launder (1972)の方法に従い、vortex stretching 項と $\varepsilon$ の粘性散逸項を合わせて次のように

モデル化する。

$$-2\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right\rangle - 2 \left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right) \right]^2 \right\rangle \propto - \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \varepsilon$$

乱流拡散項を次のように乱流拡散係数  $\nu_t$  を用いてモデル化する。

$$-\frac{1}{G} \frac{\partial G}{\partial x_k} \left[ \overline{u'_k \varepsilon'_i} + \overline{u''_k \varepsilon''_i} \right] \approx \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_j} \right]$$

ここで、 $\sigma_\varepsilon$  は乱流 Schmidt 数である。

小さいスケールの乱流成分の等方性の仮定から、

$$-\frac{2\nu}{\rho G} \frac{\partial}{\partial x_k} G \left\langle \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right\rangle \approx 0$$

また、

$$O \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \gg O \left( u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)$$

上記のオーダー比較から、

$$-2\nu \left\langle u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \frac{1}{G} \frac{\partial^2 G U_i}{\partial x_j \partial x_k} - 2\nu \left\langle \left( u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)'' \frac{\partial^2 \bar{u}_i''}{\partial x_j \partial x_k} \right\rangle \approx 0$$

とモデル化する。

分子拡散項と表面積項を無視すれば、 $\varepsilon$ 式は以下のようにモデル化される。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G u_j \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [c_{\varepsilon 1} P_k + c_{\varepsilon 3} G_k + c_{\varepsilon p} F_\varepsilon - c_{\varepsilon 2} \varepsilon] + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (7-7-10)$$

ここで、

$$F_\varepsilon = a k^{3/2} \quad (7-7-11)$$

$$c_{\varepsilon 3} = c_{\varepsilon 1} \quad \text{if } G_k \geq 0, \quad c_{\varepsilon 3} = 0 \quad \text{if } G_k < 0$$

( $k-\varepsilon$ )モデルの場合、係数 $c_{ep}$ の決定に関しては、上記のように Viollet 型モデルに従った。

## 8. Differential Stress Model の作成

この節では、等温の場合の Reynolds 応力 ( $\overline{u_i u_j}$ ) の方程式 ((7-5-10)式) のモデル化を行う。

Launder ら(1975)に従って、圧力歪み相関項 ( $R_{ij}$ ) を次式でモデル化する。

$$R_{ij} \approx -c_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] - c_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right] + \phi_{ij}^w$$

ここで、 $\phi_{ij}^w$  は wall reflection 項を示す。詳細は、Gibson and Launder (1978) 参照。

粘性散逸項は、次式でモデル化する。

$$\varepsilon_{ij} \approx \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij}$$

乱流拡散項を Launder ら(1975)に従ってモデル化する。

$$d_{ij}^t \approx \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ c_s c_{rr} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \overline{u_l u_j}}{\partial x_l} \right]$$

上式に表れる係数 $c_{rr}$ は係数 $c_s$ の補正項である。Shaw and Seginer (1987)は植物群落内の乱流の3次元相関を調べる際に、圧力速度相関の物理的意味を等方性への回帰と仮定して、次のように近似した。

$$\left\langle p'' \frac{\partial u_i'' u_k''}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle p'' \frac{\partial u_j'' u_k''}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle p'' \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_k} \right\rangle = -\frac{C}{\tau} \langle u_i'' u_j'' u_k'' \rangle$$

上記の近似式内の係数 $C$ を適当に変化させることによって測定値（これは時間平均値）との対応を求めている。Launder ら(1972, 1975, 1978)のモデル化に従えば、このことは、係数 $c_s$ が有効体積率 ( $G$ ) や葉面積密度 ( $a$ ) など、平均化体積内部の特性量によって変化することを意味する。この補正係数として係数 $c_{rr}$ を導入した。

圧力の乱流拡散項 ( $d_{ij}^p$ ) は圧力歪み相関項 ( $R_{ij}$ ) に比べて小さいから省略する。分子拡散項 ( $d_{ij}^v$ ) も乱流拡散項 ( $d_{ij}^t$ ) に比べて小さいため省略する。表面積積分項 ( $d_{ij}^s$ ) は、物体が固定されている場合はゼロである。葉のように周囲空気に従って変動する場合には、物体の抗力項 ( $F_{ij}$ ) に比べて小さいため省略する。

以上より、Reynolds 応力式は以下のようにモデル化される。



(Reynolds 応力式)

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + (U_i F_j + U_j F_i) + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} + \frac{c_s}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ c_{rr} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right] \quad (7-8-1)$$

ここで、

$$P_{ij} = - \frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k} \quad (7-8-2)$$

$$P_k = P_{jj} / 2 \quad (7-8-3)$$

$$\Pi_{ij} = \phi_{ij}^1 + \phi_{ij}^2 + \phi_{ij}^{w1} + \phi_{ij}^{w2} \quad (7-8-4)$$

$$\phi_{ij}^1 = -c_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (7-8-5)$$

$$\phi_{ij}^2 = -c_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right] \quad (7-8-6)$$

$$\phi_{ij}^{w1} = c'_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i \right] \frac{k^{3/2}}{c_w x_n \varepsilon} \quad (7-8-7)$$

$$\phi_{ij}^{w2} = c'_{2\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \phi_{km}^2 n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik}^2 n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk}^2 n_k n_i \right] \frac{k^{3/2}}{c_w x_n \varepsilon} \quad (7-8-8)$$

( $\varepsilon$ 式)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [c_{\varepsilon 1} P_k + c_{\varepsilon p} F_\varepsilon - c_{\varepsilon 2} \varepsilon] + \frac{c_\varepsilon}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_l} \right] \quad (7-8-9)$$

## 9. まとめ

以上、植栽内の湿潤空気に対する乱流モデルを提案した。次章で乱流モデルの検証を行う。

## 第8章 植物群落内乱流モデルの検証

### 1. はじめに

前章では、植物キャノピーのようにセル体積（差分格子）内に抵抗物体を有する流れの乱流モデルの作成を試みた。そこでは、平均化の定義を明確にし、平均流などの物理量の定義を正確に行った。また、乱流モデルの作成の際に生じる完結問題に関しては、Hanjalic and Launder (1972), Launder ら (1975), Gibson and Launder (1978)の半実験的方法を用いて乱流モデルを完結させた。

この章では、前章で提案した乱流モデルの有効性を検討するために、等温条件での乱流モデルの計算結果と実験データとの比較を行う。1次元キャノピー流は基本的かつ典型的な流れ場であるため、モデルの検証に関しては、1次元植物キャノピーでの流れ場を選んだ。乱流モデルは等温状態での、(k-ε) 2方程式モデルとレイノルズ応力方程式モデル（以後、DSM (Differential Stress Model)と略記する）について検討する。

### 2. 植物キャノピー内の1次元乱流場の解析

表1に示す(k-ε)モデルと表2に示すDSMを植物キャノピーに適用し、モデルの有効性を検証する。表3に、この研究で提示したモデルの係数を示す。ただし、葉は体積を持たないものと仮定し、ここでは、表1、表2において、 $G=1$ とした。

水平方向に一様で高さ方向のみ変化する、トウモロコシ畑での流れ場の数値計算を行った。計算結果は、Shaw ら(1974a, 1974b)の実験データおよび Wilson(1988)の実験データと比較した。計算に用いた境界条件と入力データを表4、表5と図1に示す。図1は葉面積密度のデータである。表4はShaw らの実験との比較のための境界条件を示す。表5はWilson(1988)の実験との比較のための境界条件を示す。抗力係数の値に対しては、Wilson and Shaw (1977)および Wilson(1988)に示されている値をそのまま用いた。計算は摩擦速度 ( $u_*$ ) と植物高さ ( $H$ ) で無次元化して行った。この研究で導出したモデルでは、流体内部の抵抗物体による効力の効果を示す係数  $c_{ep}$  と  $c_{rr}$  が新たに生じている。これらの係数がどの程度の値を取るかを調べるために、係数  $c_{ep}$  と  $c_{rr}$  を変化させ、どの程度の値が実験データと一致するかを調べた。

特徴長さスケール ( $L$ ) は次式のように葉面積密度 ( $a$ ) で表した。

$$L \propto 1/a(z)$$

また、レイノルズ応力方程式モデル(DSM)を数値計算で解く場合には、平均流の式に Huang and Leschziner (1985) の pseudo-viscosity 表現を施し、計算の安定化を図った。DSMを解く際には、レイノルズ応力のせん断成分は、セルの端（セルとセルの境界）に、他の変数はセルの中心に配置した。

領域の分割数は、Shaw らのデータに対しては40分割、Wilson のデータに対しては20分割とした。Shaw らの場合には計算領域が  $2H$ 、Wilson の場合には  $H$ 、のためである。 $H$ は植物キャノピー高さ。

表 1 (k-ε) Model for Plant Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j U_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{G} \frac{\partial G P}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - F_i$$

(equation of turbulent energy)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j k}{\partial x_j} = P_k + U_j F_j - \varepsilon + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_t \frac{c_{rr}}{\sigma_t} \frac{\partial G k}{\partial x_j} \right]$$

(equation of energy dissipation rate)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [c_{\varepsilon 1} P_k + c_{\varepsilon 2} F_\varepsilon - c_{\varepsilon 2} \varepsilon] + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_j} \right]$$

(Reynolds stress)

$$\overline{u_i u_j} = - \frac{\nu_t}{G} \left[ \frac{\partial G U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial G U_j}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

(eddy viscosity)

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\varepsilon}$$

(force from solid body)

$$F_i = a c_{fi} U_j U_j$$

if only drag force

$$F_i = a c_{fi} U_i \sqrt{U_j U_j}$$

, where

$$P_k = - \frac{\overline{u_i u_j}}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_j}, \quad F_\varepsilon = \frac{k^{1.5}}{L} \propto a k^{1.5}$$



表2 Differential Stress Model for Plant Canopy

(equation of continuity)

$$\frac{1}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_j} = 0$$

(equation of momentum)

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j U_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{G \rho} \frac{\partial G P}{\partial x_i} - \frac{1}{G} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - F_i$$

(equation of Reynolds stress)

$$\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_k \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + U_j F_i + U_i F_j + \Pi_{ij} - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} + \frac{c_s}{G} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ c_{rr} \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right]$$

(equation of energy dissipation rate)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{G} \frac{\partial G U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ c_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} P_{jj} + c_{\varepsilon p} F_{\varepsilon} - c_{\varepsilon 2} \varepsilon \right] + \frac{c_s}{G} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \frac{k}{\varepsilon} \right) \overline{u_k u_l} \frac{\partial G \varepsilon}{\partial x_l} \right]$$

$$P_{ij} = - \frac{\overline{u_i u_k}}{G} \frac{\partial G U_j}{\partial x_k} - \frac{\overline{u_j u_k}}{G} \frac{\partial G U_i}{\partial x_k}$$

$$\Pi_{ij} = \phi_{ij}^1 + \phi_{ij}^2 + \phi_{ij}^{w1} + \phi_{ij}^{w2}$$

$$\phi_{ij}^1 = - c_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right], \quad \phi_{ij}^2 = - c_{2\pi} \left[ P_{ij} - \frac{1}{3} P_{kk} \delta_{ij} \right]$$

$$\phi_{ij}^{w1} = c'_{1\pi} \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ \overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i \right] \frac{k^{1.5}}{c_w x_n \varepsilon}$$

$$\phi_{ij}^{w2} = c'_{2\pi} \left[ \phi_{km}^2 n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik}^2 n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk}^2 n_k n_i \right] \frac{k^{1.5}}{c_w x_n \varepsilon}$$

表3 モデル定数

$C_D$	$\sigma_t$	$\sigma_\varepsilon$	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$	$c_{1\pi}$	$c_{2\pi}$	$c_s$	$c_\varepsilon$	$c'_{1\pi}$	$c'_{2\pi}$	$c_w$
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	1.8	0.6	0.25	0.11	0.5	0.3	0.25

表4 植物キャノピー境界条件 (Shaw らの場合)

$$z^*=2: U/u_* = 6.85, \quad \overline{u_1 u_1}/u_*^2 = 3.5, \quad \overline{u_2 u_2}/u_*^2 = \overline{u_3 u_3}/u_*^2 = 1.5, \\ \overline{u_1 u_3}/u_*^2 = -1, \quad k/u_*^2 = 3.25, \quad d\varepsilon^*/dz^* = 0$$

$$z^*=0: U/u_* = 0, \quad \overline{u_1 u_1}/u_*^2 = 3.5C, \quad \overline{u_2 u_2}/u_*^2 = \overline{u_3 u_3}/u_*^2 = 1.5C, \\ \overline{u_1 u_3}/u_*^2 = -C, \quad k/u_*^2 = 3.25C$$

for  $\varepsilon$ , at  $z^* = \Delta z^*/2$ :

$$\varepsilon^*(0.5\Delta z^*) = C_D^{3/4} k^{*1.5} / (0.4(0.5\Delta z^*))$$

$$c_f = 0.2$$

, where

$$C = \left[ \frac{0.4 U (0.5\Delta z) / u_*}{\log(0.5\Delta z / z_0)} \right]^2, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{u_*^3 / H}, \quad k^* = \frac{k}{u_*^2}$$

$$z^* = z/H, \quad \Delta z^* = \Delta z/H = 0.05, \quad z_0/H = 0.01$$

$H$  : canopy height,

$u_*$  : friction velocity

$\Delta z$  : width of finite difference cell,

$z_0$  : roughness height

表5 植物キャノピー境界条件 (Wilson, 1988,の場合)

$$z^*=1: U/u_* = 3.04, \quad \overline{u_1 u_1}/u_*^2 = 4.24, \quad \overline{u_2 u_2}/u_*^2 = 2.72, \quad \overline{u_3 u_3}/u_*^2 = 1.28, \\ \overline{u_1 u_3}/u_*^2 = -1, \quad k/u_*^2 = 4.12, \quad d\varepsilon^*/dz^* = 0$$

$$z^*=0: U/u_* = 0, \quad \overline{u_1 u_1}/u_*^2 = 3.5C, \quad \overline{u_2 u_2}/u_*^2 = \overline{u_3 u_3}/u_*^2 = 1.5C, \\ \overline{u_1 u_3}/u_*^2 = -C, \quad k/u_*^2 = 2.5C, \quad d\varepsilon^*/dz^* = 0$$

for  $\varepsilon$ , at  $z^* = \Delta z^*/2$ :

$$\varepsilon^*(0.5\Delta z^*) = C_D^{3/4} k^{*1.5} / (0.4(0.5\Delta z^*))$$

$$c_f = 0.3$$

, where

$$C = \left[ \frac{0.4 U (0.5\Delta z) / u_*}{\log(0.5\Delta z / z_0)} \right]^2, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{u_*^3 / H}, \quad k^* = \frac{k}{u_*^2}$$

$$z^* = z/H, \quad \Delta z^* = \Delta z/H = 0.05, \quad z_0/H = 0.01$$

$H$  : canopy height,

$u_*$  : friction velocity

$\Delta z$  : width of finite difference cell,

$z_0$  : roughness height

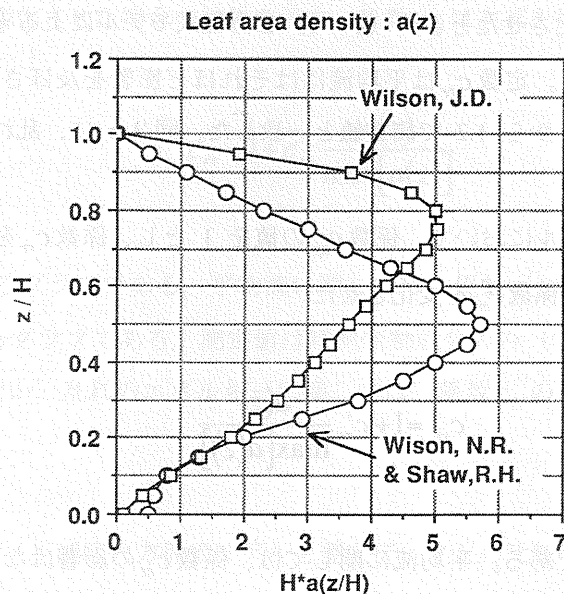


図1 葉面積密度

### 3. モデルからの計算結果と測定データとの比較

#### 3.1 Shaw らのデータとの比較

以下では、Shaw らの測定データ (1974a,b)との比較を行う。表4に計算に用いた境界条件と入力データ (抗力係数値) を示す。抗力係数は Wilson and Shaw (1977) に記載されている値をそのまま用いた。測定データは時間平均のみであり、空間平均は施されていない。このような違いは、平均風速などの物理量の定義の違いが原因である。

##### (1) 従来のモデルとの比較

図2に従来の (k-ε) 2方程式モデルとこの研究で用いた (k-ε) モデルとの比較を示す。ただし、従来の (k-ε) 2方程式モデルに対しても平均流の方程式には葉群による抗力項を加えている。この抗力項がなければ、計算値は測定値とは全く異なった値となってしまう。図2に示す Case-2 は従来の k と ε の方程式を用いたものである。k と ε の方程式には葉群による抗力項の効果は入っていない。Case-1 は従来の ε 方程式を用い、k の方程式に対しては今回提案したモデルを用いたものである。Present はこの研究で提案したモデルである。測定データは Shaw らの平均流のデータである。○印は測定値を示す。モデル係数に関しては、 $c_{ep}=1, c_{rr}=1$  とした。他のモデル係数に関しては、従来用いられている値を採用した。この研究で示したモデルの方が実験データと良い対応があるのは明らかである。このことは、平均流の方程式や乱れのエネルギーだけに葉群の効果を加えても測定データとの対応は得られず、εの方程式にも葉群の効果を加える必要があることを示している。



## (2) 今回提案した (k - ε) 2 方程式モデルと測定データとの比較

図 3.a にモデル定数  $c_{ep}$  を変化させたときの (k - ε) 2 方程式モデルによる平均流の計算結果と測定データとの比較のグラフを示す。定数  $c_{rr}$  は平均流にはそれほど影響を及ぼさなかったため、図 3 では  $c_{rr}=1$  とした。定数  $c_{ep}$  は 0.8 から 1.2 で測定値と一致した。図 3.b に、乱れのエネルギーの計算値と測定値との比較を示す。

図 4 は (k - ε) 2 方程式モデルにおいて、係数  $c_{ep}$  の値を 1 とし、係数  $c_{rr}$  を変化させた場合の結果を示す。係数  $c_{rr}$  は次式を用い、係数  $c'_{rr}$  を変化させた。

$$c_{rr}=1+c'_{rr}\frac{a(z)}{\max[a(z)]}$$

図 4.a は平均流に関するものである。平均流に関しては、係数  $c'_{rr}$  の影響はなかった。図 4.b は乱れのエネルギーに関するグラフである。○印は流れ方向の乱流成分の測定値、△印は上下方向の乱流成分の測定値を示す。横方向の乱流成分と乱流エネルギーは測定されていない。また、測定値は時間変動成分のみ（実際の乱流成分）であり、空間変動成分は含まれていない。乱れのエネルギーに関しては、係数  $c'_{rr}$  の影響は強く、 $c'_{rr}=1$  程度が測定値と一致した。

## (3) 今回提案したレイノルズ応力方程式モデルと測定データとの比較

図 5 はレイノルズ応力方程式モデル (DSM) での計算結果と測定データとの比較のグラフである。パラメータは（係数）は図 4 の (k - ε) 2 方程式モデルの場合と同じである。DSM での結果は (k - ε) 2 方程式モデルの結果とほぼ同じであった。

### 3. 2 Wilson の測定データとの比較

以下では、Wilson (1988) の測定データとの比較を行う。ただし、測定データは時間平均値のみであり、空間平均は行われていない。乱れのエネルギーに関しても空間変動成分は測定されていない。このような違いは、平均風速などの物理量の定義における違いが原因である。

図 6 から図 8 は、Wilson の測定データとこの研究で提案したモデルによる計算結果との比較を示すグラフである。Shaw ら(1874a,b)の測定と同様に、Wilson の測定もトウモロコシ畑でのデータである。図 1 に葉面積密度でのデータを示す。表 5 に計算に用いた境界条件と入力データ（抗力係数の値）を示す。抗力係数は、Wilson に記載されている数値をそのまま用いた。

## (1) 今回提案した (k - ε) 2 方程式モデルと測定データとの比較

図 6 にモデル定数  $c_{ep}$  を変化させたときの、(k - ε) 2 方程式モデルによる平均流の計算結果と測定データとの比較のグラフを示す。モデル定数  $c_{rr}$  は平均流にはそれほど影響を及ぼさなかったため、図

6では $c_{rr}=1$ とした。係数 $c_{ep}$ の値が0.8から1.2の範囲で計算結果は測定データと一致した。図6.bに乱れのエネルギーの計算値と測定値を示す。図7は、(k-ε)2方程式モデルにおいて、係数 $c_{ep}$ の値を1とし、係数 $c_{rr}$ を変化させた場合の結果を示す。係数 $c_{rr}$ は次式を用い、 $c'_{rr}$ を変化させた。

$$c_{rr}=1+c'_{rr}\frac{a(z)}{\max[a(z)]}$$

図7.aは平均流に関するグラフである。平均流に関しては、係数 $c'_{rr}$ の影響はなかった。図7.bは乱れのエネルギーに関するグラフである。測定値は時間変動成分のみ（実際の乱流成分）であり、空間変動成分は含まれていない。乱れのエネルギーに関しては、係数 $c'_{rr}$ の効果は大きく、 $c'_{rr}=1$ 程度が測定値と一致した。

## (2) 今回提案したレイノルズ応力方程式モデルと測定データとの比較

図8はレイノルズ応力方程式モデル(DSM)での計算結果と測定データとの比較のグラフである。パラメータ(係数)は、図7の(k-ε)2方程式モデルの場合と同じである。DSMでの結果は(k-ε)2方程式モデルの結果とほぼ同じであった。

## 4. まとめ

以上、この研究で提案した植物群落内乱流モデルでの計算結果と植物キャノピー流の測定データとの比較を行った。結果は平均流に関しては良い一致が見られた。係数 $c_{ep}$ の値は、平均流の値に影響を及ぼすが、乱流拡散項の補正係数 $c_{rr}$ は平均流にはほとんど影響を及ぼさず、乱れのエネルギーのみに影響した。また、従来の流体成分のみの乱流モデルにおいて平均流の方程式だけに抗力項を加えても、上記に示したような植物キャノピー流を予測することは不可能であり、乱れのエネルギー式や、粘性散逸率の式にも植物の効果を組み込む必要があることが明らかとなった。

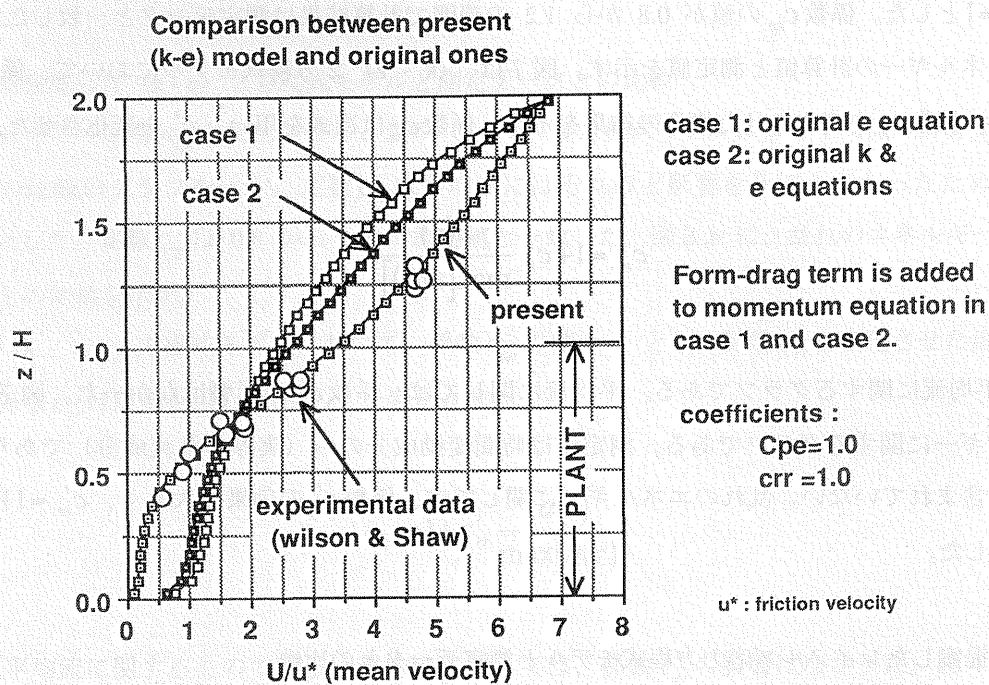


図 2.a 従来の (k-ε) モデルとの比較 (平均風速)

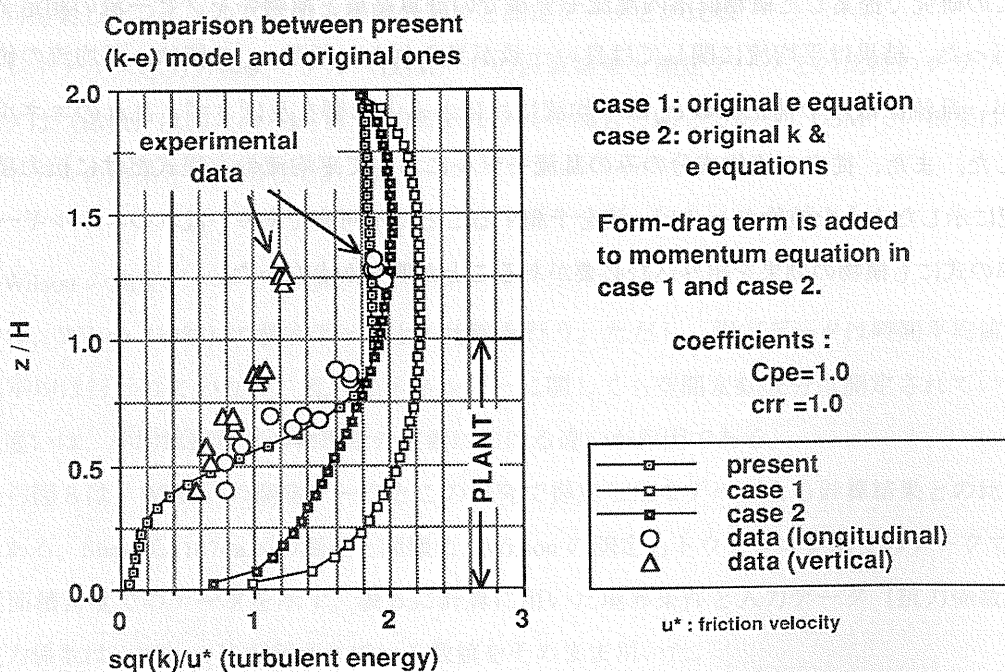


図 2.b 従来の (k-ε) モデルとの比較 (乱流エネルギー)



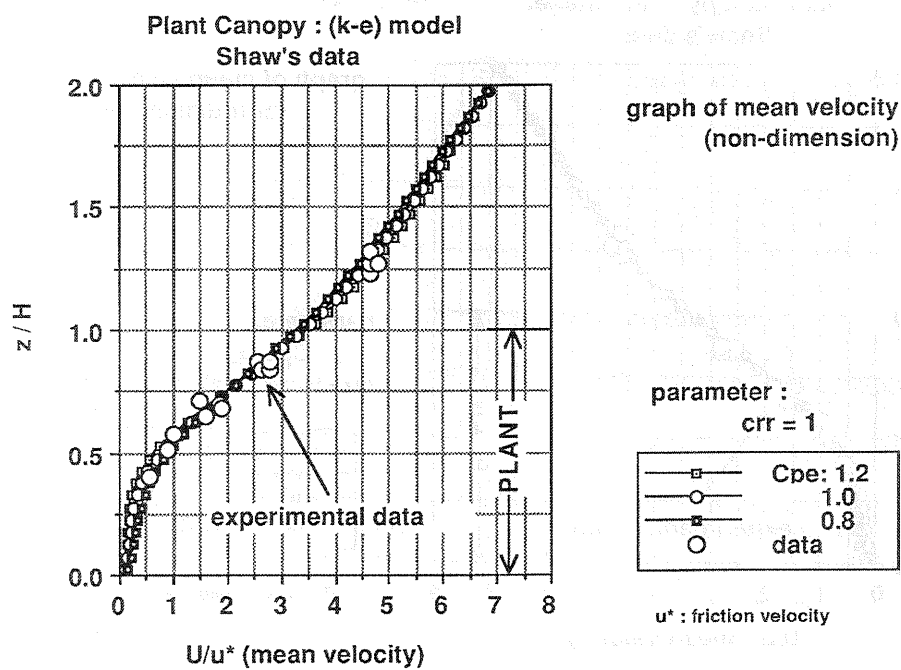


図 3.a (k-ε) モデルでの平均風速の結果 ( $c_{ep}$  を変化させる)

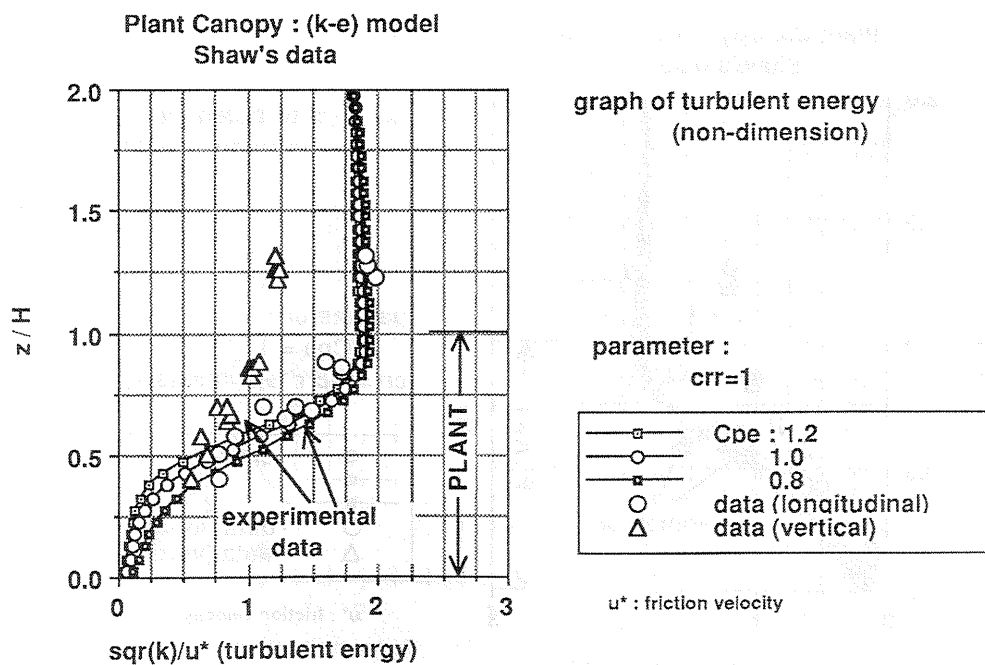


図 3.b (k-ε) モデルでの乱れのエネルギーの結果 ( $c_{ep}$  を変化させる)

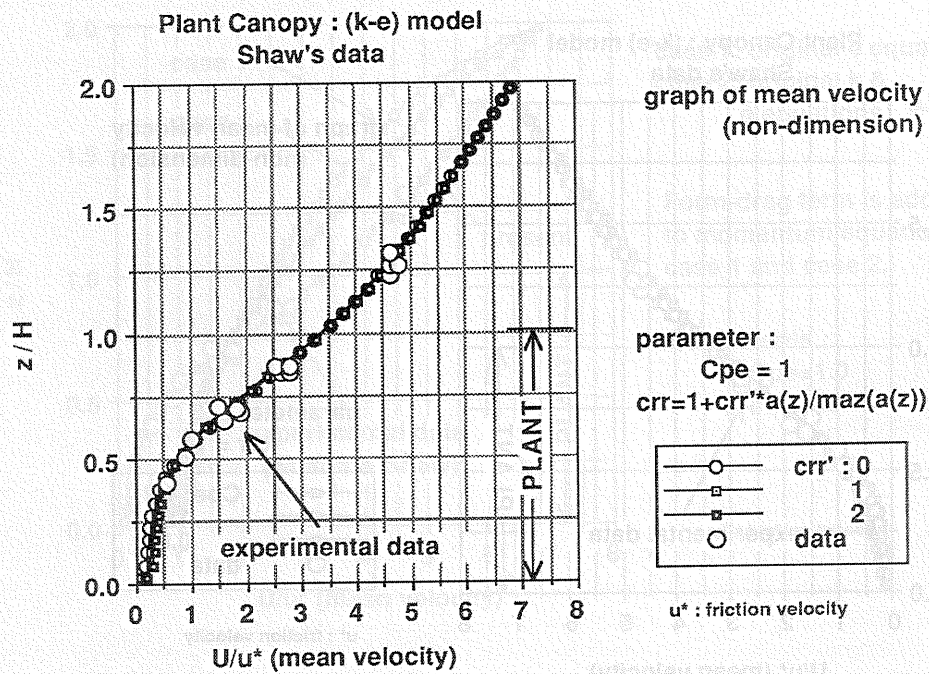


図 4.a (k-ε) モデルでの平均風速の結果 ( $c_{rr}$  を変化させる)

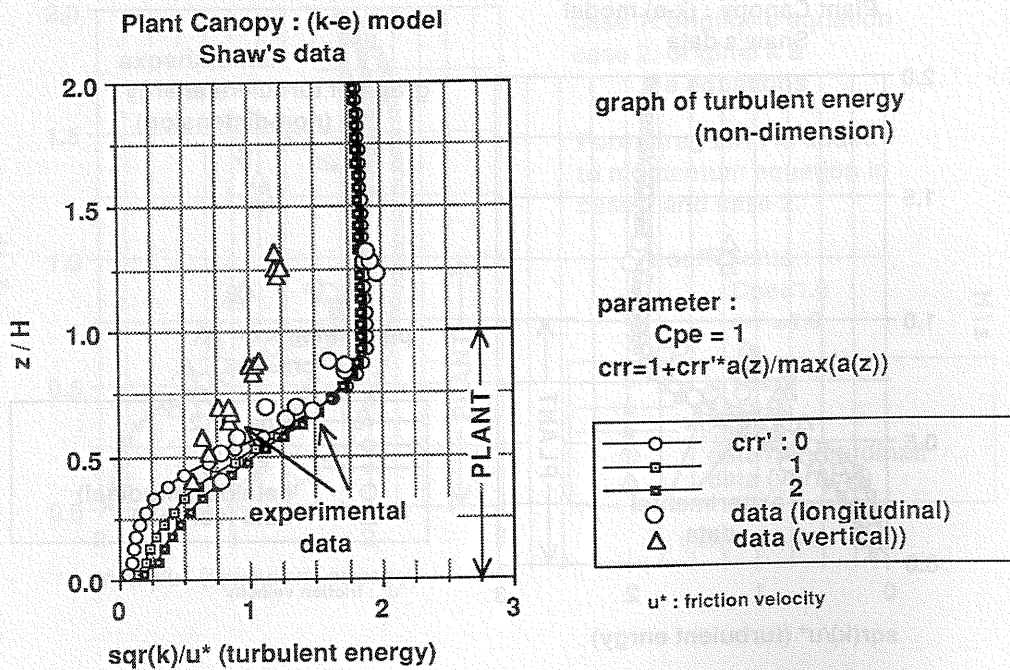


図 4.b (k-ε) モデルでの乱れのエネルギーの結果 ( $c_{rr}$  を変化させる)

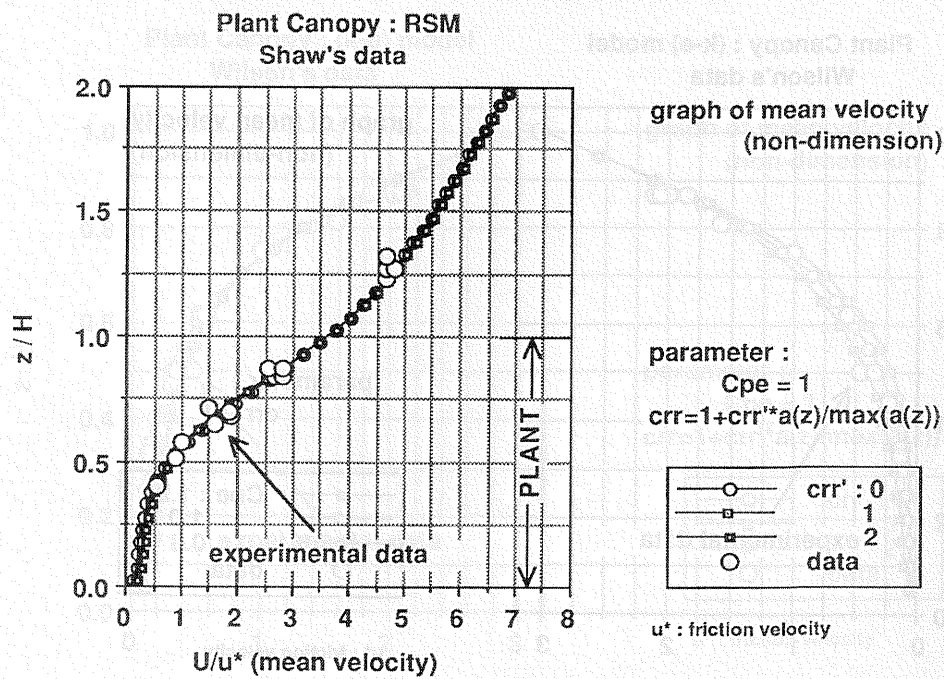


図 5.a DSM での平均風速の結果 ( $c_{rr}$ を変化させる)

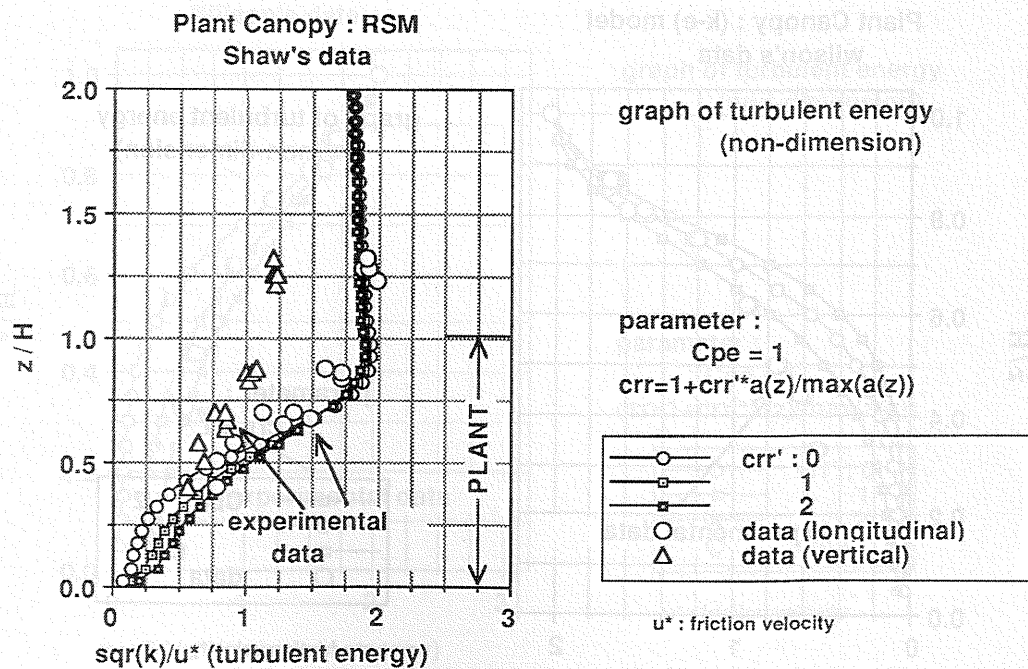


図 5.b DSM での乱れのエネルギーの結果 ( $c_{rr}$ を変化させる)



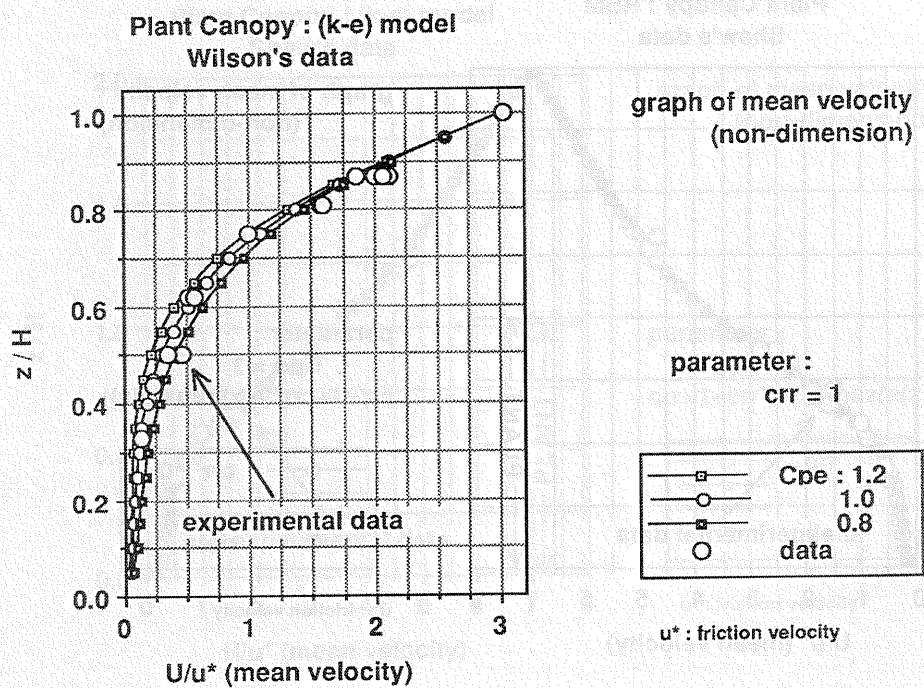


図 6.a (k-ε) モデルでの平均風速の結果 ( $c_{ep}$  を変化させる)

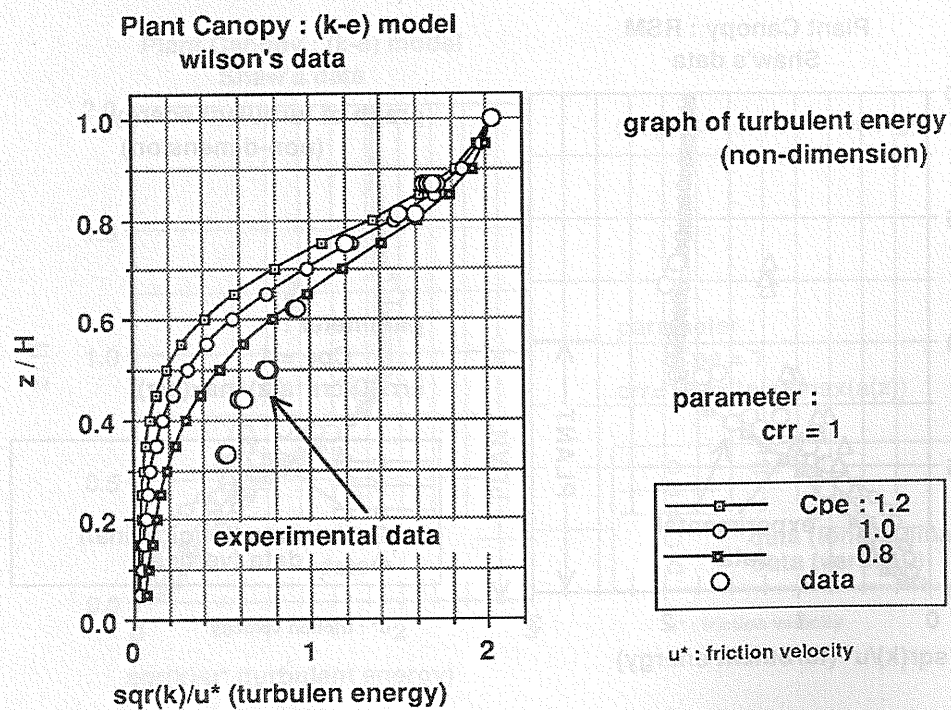


図 6.b (k-ε) モデルでの乱れのエネルギーの結果 ( $c_{ep}$  を変化させる)

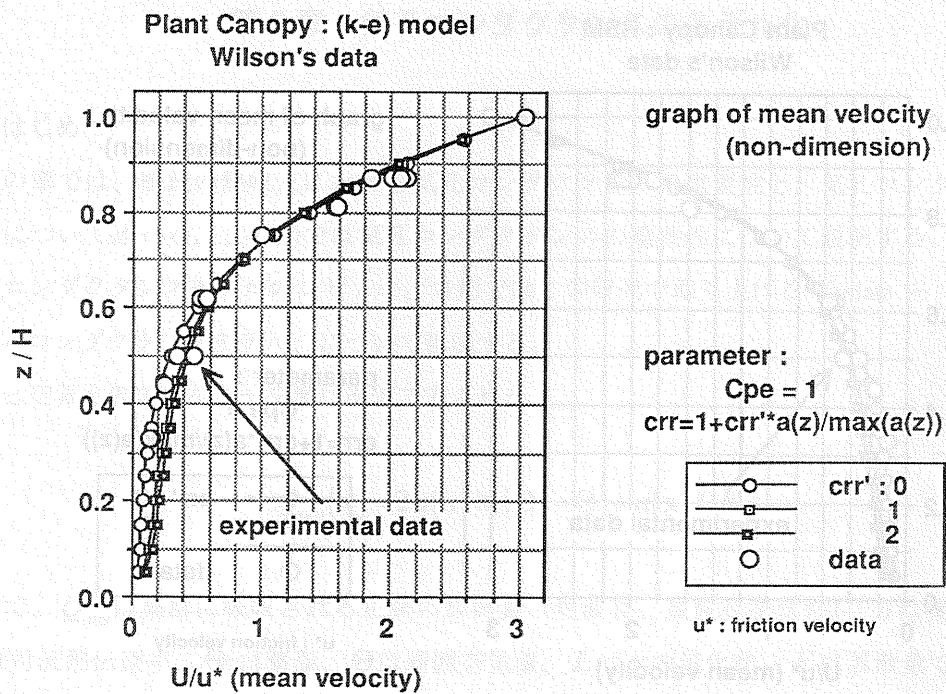


図 7.a (k-ε) モデルでの平均風速の結果 ( $c_{rr}$  を変化させる)

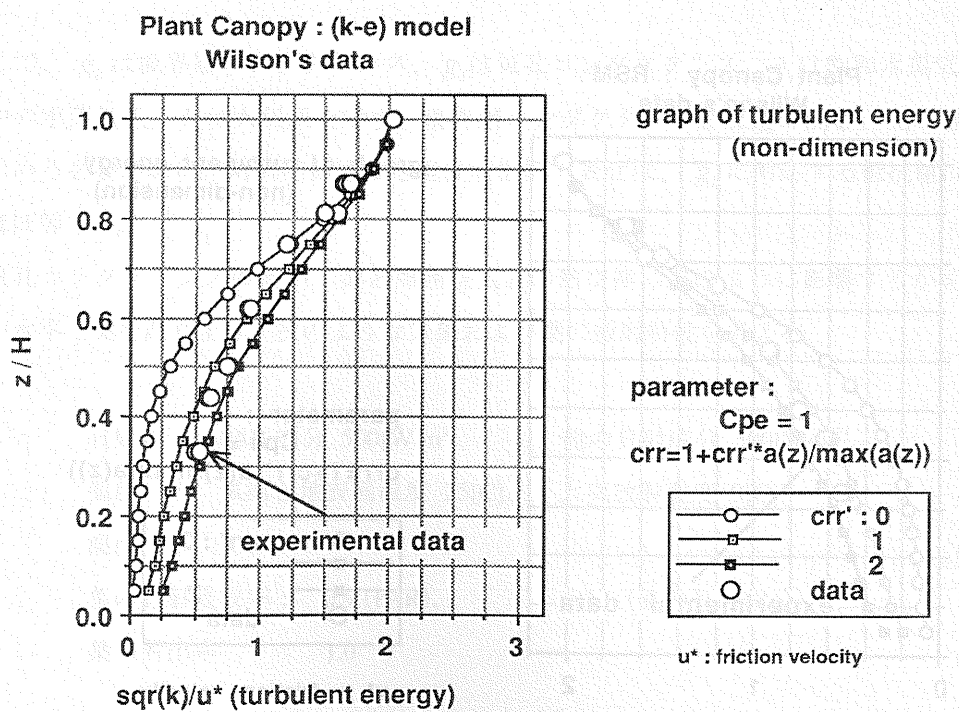


図 7.b (k-ε) モデルでの乱れのエネルギーの結果 ( $c_{rr}$  を変化させる)

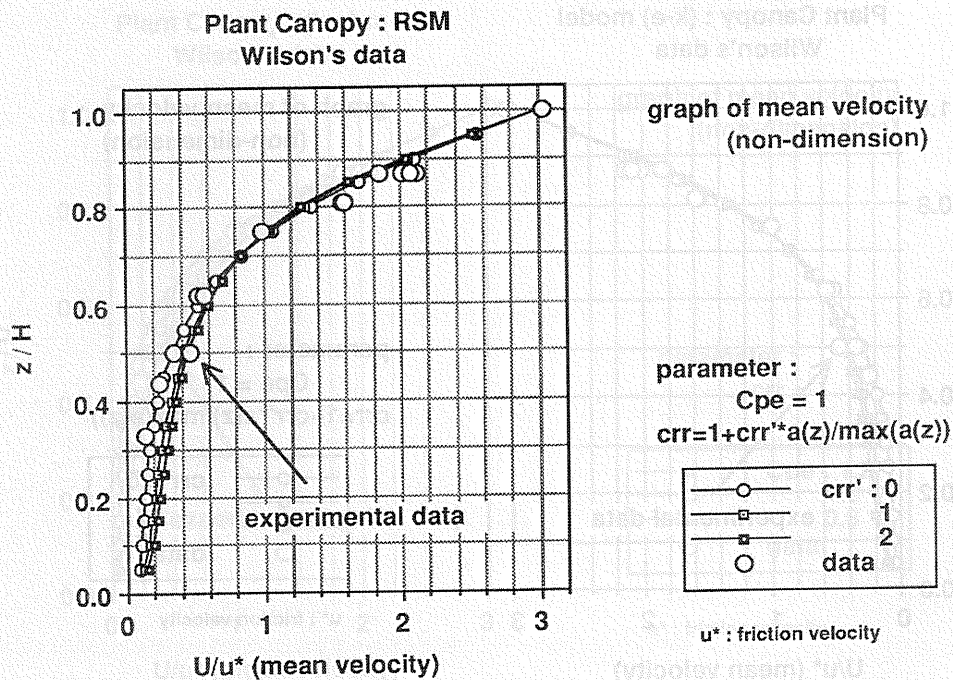


図 8.a DSM での平均風速の結果 ( $c_{rr}$  を変化させる)

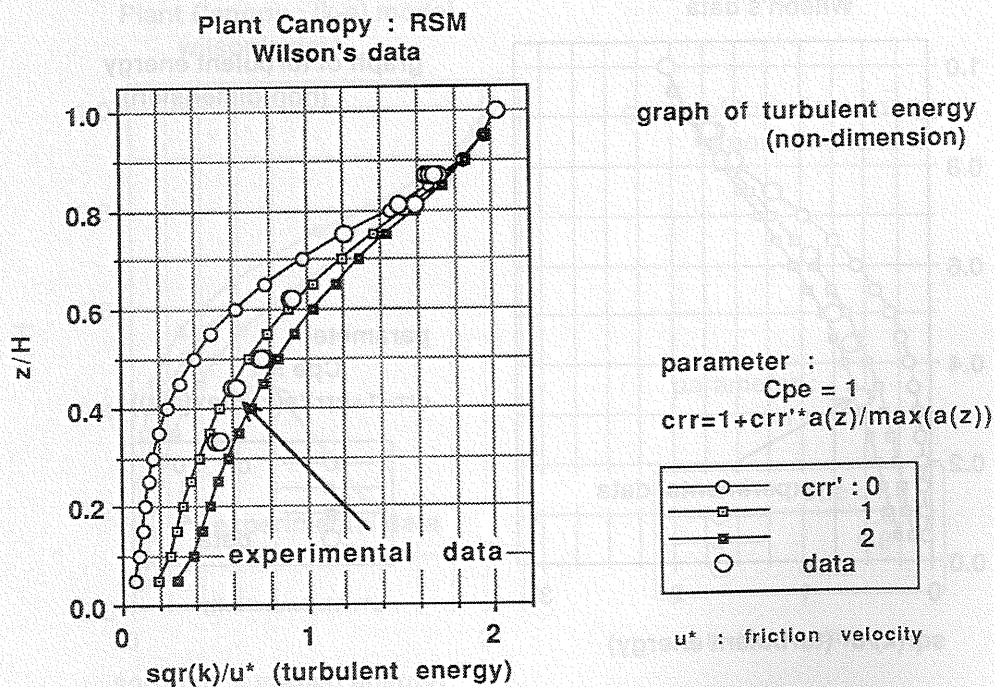


図 8.b DSM での乱れのエネルギーの結果 ( $c_{rr}$  を変化させる)



## 第9章 気孔コンダクタンスのモデル化

### 1. はじめに

この章では、植栽の熱収支における気孔コンダクタンスの重要性と、気孔コンダクタンスモデルについて述べる。この節では気孔コンダクタンスの重要性について説明する。2節では、気孔コンダクタンスモデルのレビュー、3節ではこの研究で取り上げる Collatz ら (1991, 1992) の気孔コンダクタンスモデル、について説明する。

葉と空気とのエネルギー交換は次式で表される。

$$Q_{abs}(\mathbf{x}) = 2a(\mathbf{x})h_c(\Theta_l - \Theta) + a(\mathbf{x})LE \quad (9-1-1)$$

ここで、 $Q_{abs}$ は葉群に吸収される正味の放射量（短波長、長波長を含む）、 $a$ は葉面積密度、 $h_c$ は対流熱伝達率、 $\Theta_l$ は葉温、 $\Theta$ は周囲空気温、 $L$ は水の気化熱、 $E$ は蒸散量で、気孔コンダクタンス ( $g_s$ ) を用いて次式で表される。

$$E(\mathbf{x}) = a(\mathbf{x}) \frac{g_b g_s}{g_b + g_s} \frac{(e_s(\Theta_l) - e_a)}{P} \quad (9-1-2)$$

ここで、 $g_b$ は境界層コンダクタンス、 $g_s$ は気孔コンダクタンス、 $e_s$ は飽和水蒸気圧、 $e_a$ は空気中の水蒸気圧、 $P$ は大気圧を示す。境界層コンダクタンスは風速の関数と見なされ、実験から求める必要がある。対流熱伝達率を境界層抵抗で表せば、 $g_b$ に対応する抵抗値は境界層抵抗にほぼ等しい。

気孔コンダクタンスの値が、葉と周囲空気との熱交換にどのように影響するかを調べるために、水平な葉を取り上げ、次のような気象および葉の放射特性を考える。

日射量 :	PAR 成分 500[W/m <sup>2</sup> ]	他の日射成分 500[W/m <sup>2</sup> ]
温度 :	気温と地表面温度 25[C]	大気放射温度 0[C]
湿度 :	50%	
葉の日射吸収率 :	0.9 (PAR)、	0.1 (他の日射成分)
葉の射出率 :	1.0	

気孔は葉の片側のみと仮定する。Fitter and Hay (1981) によれば、葉と周囲空気間の境界層抵抗が 300[s/m] (風速 1[m/s]に相当)、気孔抵抗は 80~1600[s/m]である。上記の条件で葉面の熱収

支を計算すれば、気孔コンダクタンスの値により、次のような葉の状態になる。

気孔抵抗（気孔コンダクタンスの逆数）が 80 [s/m] のとき、

葉温：	34 [C]
葉と空気との顕熱交換量：	75 [W/m <sup>2</sup> ]
潜熱交換量：	175 [W/m <sup>2</sup> ]
Bowen 比：	0.43

気孔抵抗が 1600 [s/m] のとき、

葉温：	40 [C]
葉と空気との顕熱交換量：	121 [W/m <sup>2</sup> ]
潜熱交換量：	52 [W/m <sup>2</sup> ]
Bowen 比：	2.33

このように、気孔コンダクタンスは葉と周囲空気との熱交換に大きな影響を与えていることが分かる。以下では、現在までの気孔コンダクタンスモデルについて概説する。

## 2. 気孔コンダクタンスモデルの分類

1987 年までの気孔コンダクタンスのモデル化に関する研究については、Lynn and Carlson (1990) がレビューしている。Lynn and Carlson は、環境因子に対する気孔コンダクタンスの応答の解析方法の違いによって、次のように 3 つのタイプに分類している。

Type I: 線形重回帰分析によるモデル化

Type II: Jarvis (1976) の方法による非線形重回帰分析によるモデル化

Type III: Type I と Type II の結合

気孔コンダクタンスは、環境因子に極度に非線形応答するため、Type I のモデル化は適当でない。Type III のモデル化では、研究数が少なく、環境因子の数も不足したことが多い。Type II の Jarvis (1976) のモデル化が一般的である。

Jarvis のモデルは、環境因子を変数分離形により、気孔コンダクタンスを予測する方法を採用している。しかし、このモデル化では、環境因子間の相互作用を組み込むことができない。この点が Jarvis のモデルの持つ問題点である。この点を改良する方法として、平岡ら(1996)は、ニューラルネットワークの手法を用いたモデル化を提案した。平岡らのモデルは Jarvis のモデルのもつ問題点を克服できたが、どちらのモデルにおいても、植裁の熱収支のモデル化におい

て不適切な環境因子の選択をしている。どちらの方法も周囲空気の湿度を環境因子として選んでいる。植裁の熱収支のモデル化においては、葉面の湿度を環境因子として取り上げる必要がある。Jarvis および平岡らのモデルは、上記の問題点があるため、ここでは Collatz ら(1991, 1992)のモデルを取り上げる。気孔コンダクタンスモデルの詳細に関しては、平岡(1999)参照。

### 3. Collatz らの気孔コンダクタンスモデル

Collatz ら(1991, 1992)は、次の3つの関係式を連立して解くことにより、気孔コンダクタンスを予測するモデルを提案した。

- (1) Ball (1988) によって実験的に示された、気孔コンダクタンスと正味光合成量との関係式
- (2) 葉面での二酸化炭素フラックスの釣り合い式
- (3) 光合成モデル

Ball は、気孔コンダクタンスと正味の光合成速度との関係式を次の実験式で表した。

$$g_s = m \frac{h_s A_n}{c_s} + b \quad (9-3-1)$$

ここで、 $g_s$ は気孔コンダクタンス、 $h_s$ は葉表面の相対湿度、 $c_s$ は葉表面の二酸化炭素モル分率、 $A_n$ は正味の光合成速度を示す。 $m$ と $b$ が実験により決定される実験定数である。

葉面での二酸化炭素フラックスの釣り合い式は次式で表される。

$$A_n = \frac{g_s}{1.6} (c_s - c_i) \quad (9-3-2)$$

ここで、 $c_i$ は葉肉内の二酸化炭素モル分率である。

正味の光合成速度  $A_n$  のモデル化は  $C_3$  植物と  $C_4$  植物によって異なる。以下では、Collatz らの  $C_3$  植物と  $C_4$  植物の光合成モデルについて説明する。

#### 3. 1 Collatz らの $C_3$ 植物の光合成モデル

Collatz ら(1991)に従って、 $C_3$  植物の光合成のモデル化について説明する。Collatz らは、Farquhar ら(1980)の光合成モデルを以下のように簡易化した。



光合成速度（ $A$ ）は以下のようにモデル化される。

$$A \approx \min(J_E, J_C, J_S) \quad (9-3-3)$$

ここに、 $J_E$  は光合成の明反応に関するもの、 $J_C$  は暗反応に関するもの、 $J_S$  は光合成能（最大の光合成速度）に関するものである。

$J_E$  は光量子密度（あるいは PAR）に次式のように反応する。

$$J_E = \alpha Q_p \frac{p_i - \Gamma_*}{p_i + 2\Gamma_*} \quad (9-3-4)$$

ここで、 $\alpha$  は量子効率、 $Q_p$  は吸収される光量子密度、 $p_i$  は葉肉内の二酸化炭素分圧、 $\Gamma_*$  は補償点である。補償点  $\Gamma_*$  は次式でモデル化される。

$$\Gamma_* = [O_2] / (2\tau) \quad (9-3-5)$$

ここに、 $[O_2]$  は葉肉内の酸素の分圧、 $\tau$  は葉緑素内での酸素と二酸化炭素の生成速度の比を示すパラメータである。

$J_C$  は酵素 Rubisco の酵素反応による二酸化炭素固定速度で、次式で表される。

$$J_C = \frac{V_m (p_i - \Gamma_*)}{p_i + K_C (1 + [O_2] / K_O)} \quad (9-3-6)$$

ここで、 $K_C$  は二酸化炭素の Michaelis 定数、 $K_O$  は二酸化炭素にたいする酸素の阻害定数である。 $V_m$  は Rubisco の酵素反応による二酸化炭素の固定能を示す。これらはパラメータであり、測定から求める。

$J_S$  は次式でモデル化される。

$$J_S = V_m / 2 \quad (9-3-7)$$

呼吸量  $R_d$  は次式で与えられる。

$$R_d = 0.015 V_m \quad (9-3-8)$$

正味の光合成速度 ( $A_n$ ) は次式である。

$$A_n = A - R_d \quad (9-3-9)$$

(9-3-3) ~ (9-3-7)式から光合成速度  $A$  を求めるには、葉肉内の二酸化炭素分圧を知る必要がある。このための関係式は(9-3-2)式である。ただし、 $c_i = p_i/P$ 。(9-3-1) ~ (9-3-7)式において、 $g_s$ 、 $p_i$ 、そして  $A_n$  を未知数として解けば、気孔コンダクタンス  $g_s$  と正味光合成速度  $A_n$  が求められる。しかし、(9-3-3)式を用いると (あるいは) が各パラメータの変化に対して滑らかな関数とならないため、(9-3-3)式に代わって、以下のような式が用いられる。

$$\theta J_p^2 - J_p(J_E + J_C) + J_E J_C = 0 \quad (9-3-10)$$

$$\beta A^2 - A(J_p + J_s) + J_p J_s = 0 \quad (9-3-11)$$

ここで、 $\theta$  と  $\beta$  は実験から決定されるパラメータで 1 の値に近い定数である。

また、モデル定数 ( $K_C$ ,  $K_o$ ,  $\tau$ ,  $V_m$ ) は葉温  $\Theta_l$  に依存する。Collatz らは  $Q_{10}$  値を用いて次式のように葉温依存性を表している。

$$k = k_{25} Q_{10}^{(\Theta_l - 25)/10} \quad (9-3-12)$$

ここで、 $k_{25}$  は 25[C]でのパラメータ値、 $Q_{10}$  は葉温における 10[C]の変化に対するパラメータの相対的な変化を示す。葉温が 35[C]以上の場合には、Rubisco capacity  $V_m$  と暗呼吸速度  $R_d$  は、以下の式で表している。

$$V_m = V_m^0 \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{-a + b(\Theta_l + 273.15)}{R(\Theta_l + 273.15)} \right] \right\}^{-1} \quad (9-3-13)$$

$$R_d = R_d^0 \left\{ 1 + \exp[1.3(\Theta_l - 55)] \right\}^{-1} \quad (9-3-14)$$

ここで、 $R$  は理想気体のガス定数である。

以上から、気孔コンダクタンス  $g_s$  と正味光合成速度  $A_n$  が得られる。光合成モデルの妥当性については、Collatz らの論文(1991)の図 3、気孔コンダクタンスモデルの妥当性については図 4

に示されている。

### 3. 2 C<sub>4</sub>植物の光合成モデル

この節では、Collatz ら(1992)の C<sub>4</sub> 植物に対する光合成モデルについて説明する。Collatz ら(1992)は、Berry and Farquhar (1978)の C<sub>4</sub> 植物に対する光合成モデル(ICT model, InterCellular Transport model)を簡易化して、以下のような光合成モデルを提案した。

$$A \approx \min(J_i, J_c, J_e) \quad (9-3-15)$$

ここで、 $A$ は光合成速度、 $J_i$ は明反応に対応する項、 $J_c$ は PEP carboxylase による二酸化炭素固定項、 $J_e$ は光合成能を示す項で Rubisco の容量に因る。

$J_i$  は次式でモデル化される。

$$J_i = \alpha Q_p \quad (9-3-16)$$

ここで、 $Q_p$ は葉に吸収される光量子密度、 $\alpha$ は量子効率を示す。

$J_c$  は葉肉内の二酸化炭素濃度が低いときの炭素固定速度で、次式で表される。

$$J_c = k p_i / P \quad (9-3-17)$$

ここで、 $k$ は PEP carboxylase による反応速度定数であり、次式で近似される。

$$k = 18 \times 10^3 V_m \quad (9-3-18)$$

$J_e$  は酵素 Rubisco の酵素反応による二酸化炭素固定能であり、次式で表される。

$$J_e = V_m \quad (9-3-19)$$

暗呼吸速度は次式で与えられる。

$$R_d = 0.021 V_m \quad (9-3-20)$$

気孔コンダクタンス  $g_s$  と正味の光合成速度  $A_n$  との実験式は Ball(1988)より得られる。



$$g_s = m h_s A_n / c_s + b \quad (9-3-21)$$

光合成速度の予測は、C<sub>3</sub> 植物の場合と同様に、各パラメータの変化に対して滑らかな関数となるように以下の式を用いる。

$$\theta M^2 - M(V_T + \alpha Q_p) + V_T(\alpha Q_p) = 0 \quad (9-3-22)$$

ここで、 $V_T$ は $V_m$ の温度補正項で、次式で表される。

$$V_T = \frac{V_m Q_{10}^{(\Theta_i - 25)/10}}{(1 + \exp[0.3(13 - \Theta_i)])(1 + \exp[0.3(\Theta_i - 36)])} \quad (9-3-23)$$

$$\beta A^2 - A(M + k_T(p_i/P)) + M k_T(p_i/P) = 0 \quad (9-3-24)$$

ここで、 $k_T$ はPEP carboxylaseによる反応速度定数 ( $k$ ) の温度補正項で次式で表される。

$$k_T = k Q_{10}^{(\Theta_i - 25)/10} \quad (9-3-25)$$

C<sub>3</sub> 植物の場合と同様に、 $\theta$ と $\beta$ は1に近い定数である。

正味の光合成速度は次式となる。

$$A_n = A - R_T \quad (9-3-26)$$

ただし、

$$R_T = \frac{R_d Q_{10}^{(\Theta_i - 25)/10}}{1 + \exp[1.3(\Theta_i - 55)]} \quad (9-3-27)$$

葉肉内の二酸化炭素濃度 ( $c_i = p_i/P$ ) と正味光合成速度 ( $A_n$ ) との関係式は次式で表される。

$$A_n = g_s(c_s - c_i)/1.6 \quad (9-3-28)$$

(9-3-21) ~ (9-3-28)式から  $p_i$ と $g_s$ を消去すると、 $A_n$ は次式で表される。

$$a'A_n^3 + b'A_n^2 + c'A_n + d' = 0 \quad (9-3-29)$$

ここで、

$$a' = \beta m h_s / c_s$$

$$b' = \beta b - \beta m h_s R_T / c_s + 1.6 k_T - M m h_s / c_s - k_T m h_s$$

$$c' = R_T M m h_s / c_s - M b + R_T k_T m h_s - k_T b / c_s + M k_T m h_s - 1.6 k_T M$$

$$d' = M k_T b / c_s + 1.6 M k_T R_T - M k_T m h_s R_T$$

(9-3-29)式の解は次式となる。

$$A_n = -2\sqrt{Q} \cos\left(\frac{S+4\pi}{3}\right) - \frac{b'}{3a'} \quad (9-3-30)$$

ここで、

$$Q = \frac{(b'/a')^2 - 3(c'/a')}{9}$$

$$S = \arccos\left(R/\sqrt{Q^3}\right)$$

$$R = \frac{2(b'/a')^2 - 9(b'c'/a'^2) + 27(d'/a')}{54}$$

以上、(9-3-30)式より正味光合成速度  $A_n$  が求められる。 $A_n$  を(9-3-21)式に代入すると、 $C_4$  植物に対する気孔コンダクタンス  $g_s$  が求められる。

#### 4. まとめ

現在最も使用されている Jarvis(1986)のモデルでは、気孔コンダクタンスに影響を与える環境因子間の相互作用が組み込めない欠点がある。平岡ら(1996)のミューラルネットワークを用いた方法はこの欠点を克服できるが、どちらの方法も周囲空気の湿度を環境因子としているため、正確には風速を環境因子として加える必要がある。しかし、風速を環境因子として加えるよりも、Collatz ら(1991, 1992)のように葉表面の湿度を環境因子とした方がモデル化として優れている。そのため、この章では Collatz らの気孔コンダクタンスモデルについて説明した。

## 第10章 植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルとその樹木への適用

### 1. はじめに

この章では、植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルを提案する。また、そのモデルを樹木模型に適用し、葉群内の熱・水分・二酸化炭素収支を行い、葉群内の熱収支の詳細を調べる。今回提案するモデルは3つのサブモデルからなる。即ち、植栽内の乱流モデル、植栽内放射伝達モデル、そして気孔コンダクタンスモデルから成る。植栽内乱流モデルは、前章までで示した乱流モデルを用いる。植栽内の放射伝達モデルに関しては Ross のモデルを採用する。気孔コンダクタンスモデルについては Collatz らのモデルを用いる。ここで提案する植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの特徴の1つは、サブモデルとして乱流モデルと Ross の放射伝達モデルを使用しているため、1次元から3次元までの植栽の熱・水分・二酸化炭素収支を予測できることである。もう1つの特徴は、気孔コンダクタンスに影響を及ぼす環境因子間の相互作用を組み込んだ気孔コンダクタンスモデルを採用したことである。次の節で、この研究で使用したサブモデルの説明を行う。

### 2. 植栽内熱・水分・二酸化炭素収支モデルの概要

この節では、この研究で用いた3つのサブモデルについて説明する。植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデル化の際に2つの仮定を用いた。第一の仮定は、植物は土壌から十分な水分を供給されているため、葉の水ポテンシャルは気孔の開閉に影響を及ぼさない。第二の仮定は、個葉の放射特性は Lambertian タイプと仮定する。即ち、個葉の放射特性は葉の透過率、反射率、そして射出率（長波長放射の場合）によって決定される。第一の仮定は、この研究で採用した Collatz らの気孔コンダクタンスモデルに必要である。第二の仮定は、Ross の放射伝達モデルを拡散近似によって計算する際に必要である。第二の仮定の妥当性は、前章までで検証されている。

#### 2. 1 植栽内の湿潤空気の乱流モデル

以下に、ここで用いた乱流モデルを示す。

[連続の式]

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = S_{vap} + S_{O_2} - S_{CO_2} \quad (10-2-1)$$

$$S_{vap} = 0.018 a E / \rho \quad (10-2-2)$$

$$S_{O_2} = 0.032 a A / \rho \quad (10-2-3)$$

$$S_{CO_2} = 0.044 a A_n / \rho \quad (10-2-4)$$

[平均流速の式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \beta g_i (\Theta - \Theta_0) - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - F_i \quad (10-2-5)$$



$$F_i = c_f a U_i \sqrt{U_j U_j} \quad (10-2-6)$$

$$\overline{u_i u_j} = -\nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} + \frac{2}{3} \nu_t \delta_{ij} (S_{vap} + S_{O_2} - S_{CO_2}) \quad (10-2-7)$$

[湿潤空気温度の式]

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \frac{\partial U_j \Theta}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{\theta u_j}}{\partial x_j} + \frac{a [H + H_{vap} + H_{O_2} - H_{CO_2}]}{\rho c_p} \quad (10-2-8)$$

$$\overline{\theta u_i} = -\frac{\nu_t}{P_r} \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} \quad (10-2-9)$$

$$H = 2 h_c (\Theta_l - \Theta) \quad (10-2-10)$$

$$H_{vap} = C_p^{vap} (\Theta_l - \Theta) E \quad (10-2-11)$$

$$H_{O_2} = C_p^{O_2} (\Theta_l - \Theta) A \quad (10-2-12)$$

$$H_{CO_2} = C_p^{CO_2} (\Theta_l - \Theta) A_n \quad (10-2-12)$$

[平均比湿の式]

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial U_j q}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{q u_j}}{\partial x_j} + S_{vap} \quad (10-2-13)$$

$$\overline{q u_i} = -\frac{\nu_t}{\sigma_v} \frac{\partial q}{\partial x_i} \quad (10-2-14)$$

[平均二酸化炭素濃度の式]

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial U_j C}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{c u_j}}{\partial x_j} - a A_n \quad (10-2-15)$$

$$\overline{c u_i} = -\frac{\nu_t}{\sigma_c} \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (10-2-16)$$

[乱流エネルギーの式]

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial U_j k}{\partial x_j} = P_k + G_k + U_j F_j - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (10-2-17)$$

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (10-2-18)$$

$$G_k = -\beta g_j \overline{\theta u_j} \quad (10-2-19)$$

[粘性散逸率の式]

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) \left[ c_{\varepsilon 1} P_k + c_{\varepsilon 3} G + c_{\varepsilon p} a k^{1.5} - c_{\varepsilon 2} \varepsilon \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (10-2-20)$$

ここで、

$$\nu_t = C_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (10-2-21)$$

$$\rho = \rho_a / (1 - q) \approx \rho_a (1 + q) \quad (10-2-22)$$

$$c_p = c_{pa} + (c_{pv} - c_{pa})q \quad (10-2-23)$$

$S_{vap}$  項は蒸散による水蒸気のソース項を示す。 $S_{CO_2}$  と  $S_{O_2}$  項は光合成による二酸化炭素のシンク項、酸素のソース項を示す。 $S_{vap}$  のオーダーは  $10^{-4} [s^{-1}]$  であり、 $S_{CO_2}$  と  $S_{O_2}$  のオーダーは  $10^{-6} [s^{-1}]$  であるから、と項は(10-2-1)式において省略できる。 $H$  項は葉と周囲空気との間の熱伝達による顕熱交換を示す。熱伝達率 ( $h_c$ ) は次の実験式 (Daudet et al., 1998) を採用した。

$$h_c = 6.79 + 5.99 u \quad (10-2-24)$$

$H_{vap}$  項は蒸散による水蒸気の葉面からの流出による顕熱を示す。蒸散による潜熱は湿潤空気の温度方程式 ((10-2-3)式) には表れない。このことは、蒸散による潜熱は葉を冷却するが、周囲空気の温度変化には影響を及ぼさないことを示す。詳細は第7章参照。 $H_{CO_2}$  と  $H_{O_2}$  項は光合成による周囲空気との熱交換を示す。 $H_{vap}$  のオーダーは  $10^{-2} [W/m^2]$  であり、 $H_{CO_2}$  と  $H_{O_2}$  のオーダーは  $10^{-4} [W/m^2]$  であるから、 $H_{CO_2}$  と  $H_{O_2}$  は省略できる。以後の計算においては、 $S_{CO_2}$ 、 $S_{O_2}$ 、 $H_{CO_2}$ 、 $H_{O_2}$  項は省略する。

乱流モデルの係数に関しては、次の値を用いた。

$$C_D = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad c_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad P_{\eta} = \sigma_v = \sigma_c = 0.9$$

$$c_{\varepsilon 3} = c_{\varepsilon 1} \quad \text{if } G_k \geq 0, \quad c_{\varepsilon 3} = 0 \quad \text{if } G_k < 0$$

植物項に関する係数の値は、今回は次のものを用いた。

$$c_f = 0.275, \quad c_{ep} = 1.5$$

## 2. 2 葉面での熱・水分・二酸化炭素の釣り合い式

次に、葉面での熱・水分・二酸化炭素の釣り合い式を示す。

[葉と周囲空気との熱交換]

$$a(Q_{PAR} + Q_{NIR} + R_{net}) = a(H + l_v E + H_{vap} + H_{O_2} - H_{CO_2}) \quad (10-2-25)$$

[水蒸気フラックス]

$$\frac{E}{i} = g_s \left( \frac{e_s(\Theta_i)}{P_0} - c_s^{vap} \right) = \alpha_v \frac{P_0}{R(\Theta + 283.15)} (c_s^{vap} - c_a^{vap}) \quad (10-2-26)$$

$$c_a^{vap} \approx q/0.622 \quad (10-2-27)$$

[正味光合成速度]

$$\frac{A_n}{i} = \alpha_c \frac{P_0}{R(\Theta + 273.15)} (c_a^{CO2} - c_s^{CO2}) = \frac{g_s}{1.6} (c_s^{CO2} - c_i^{CO2}) \quad (10-2-28)$$

$$c_a^{CO2} = C \frac{R(\Theta + 273.15)}{P_0} \quad (10-2-29)$$

ここで、

$$\alpha_v = \alpha_c = h_c / (\rho c_p) \quad (10-2-30)$$

と仮定した。

葉の両面で蒸散が行われるとき  $i=2$ 、片面で蒸散するとき  $i=1$  である。

葉面と周囲空気との熱交換を計算するためには植栽内の放射量を知る必要がある。(10-2-25)式内の3種の放射量 ( $Q_{PAR}$ ,  $Q_{NIR}$  と  $R_{net}$ ) を計算するため、この研究では Ross の植物群落内放射伝達モデルを用いた。3種の放射量 ( $Q_{PAR}$ ,  $Q_{NIR}$  と  $R_{net}$ ) は次式で与えられる。

$$Q_{NIR} \text{ or } Q_{PAR} = (1 - T - R) \frac{1}{2\pi} \iint_{\omega_L=2\pi, \omega=4\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega d\omega_L \quad (10-2-31)$$

$$R_{net} = \frac{\varepsilon}{2\pi} \iint_{\omega_L=2\pi, \omega=4\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega d\omega_L - 2\varepsilon\sigma(\Theta_i + 273.15)^4 \quad (10-2-32)$$

放射輝度 ( $i(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ ) は Ross のモデルから計算される。

## 2. 3 Ross の植物群落内放射伝達モデル (Ross, 1975, 1981)

以下に、Ross の植物群落内放射伝達モデルを示す。ここでは、個葉の散乱特性を Lambertian と仮定した場合を示す。また、短波長放射に関しては、放射輝度 ( $i$ ) を直達成分 ( $i_d$ ) と間接成分 ( $I$ ) に分離して表すことにする。

[短波長放射の式]

$$i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (10-2-33)$$

$$r_j \frac{\partial i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (10-2-34)$$



$$r_j \frac{\partial I(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') I(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' + a(\mathbf{x}) e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (10-2-35)$$

$$e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \int_{\omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' \quad (10-2-36)$$

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) |(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)| d\omega_L \quad (10-2-37)$$

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{T(\mathbf{x})}{\pi} \Gamma_T(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{R(\mathbf{x})}{\pi} \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (10-2-38)$$

$$\Gamma_T(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) H[(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (10-2-39)$$

$$\Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) H[-(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_L)(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_L)] d\omega_L \quad (10-2-40)$$

$$H[f] = f \quad \text{if } f \geq 0, \quad H[f] = 0 \quad \text{if } f < 0 \quad (10-2-41)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega_L=2\pi} g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L) d\omega_L = 1 \quad (10-2-42)$$

[長波長放射の式]

$$r_j \frac{\partial i(\mathbf{x}, \mathbf{r})}{\partial x_j} = -a(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \frac{1 - \varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} a(\mathbf{x}) \int_{\omega'=4\pi} \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' + a(\mathbf{x}) e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (10-2-43)$$

$$e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \frac{\varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \sigma(\Theta_i(\mathbf{x}) + 273.15)^4 \quad (10-2-44)$$

Ross の放射伝達モデルでは個葉の散乱特性は規定されていない。しかし、ここでは、短波長放射に関する個葉の散乱関数は透過率 (T) と反射率 (R) で表している。長波長放射に関しては、個葉の射出率 (ε) で表わしてゐる。

## 2. 4 Ross の放射輸送伝達モデルの拡散近似

個葉の散乱特性を Lambertian と近似することにより、Ross の放射伝達モデルは拡散近似される。

[(10-2-35)式の拡散近似 (短波長放射)]

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = U(\mathbf{x}) + c F_j(\mathbf{x}) r_j \quad (10-2-45)$$

$$c = 3/(4\pi)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{c_j(\mathbf{x})}{a(\mathbf{x})} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right] - \gamma_0(\mathbf{x}) a(\mathbf{x}) U(\mathbf{x}) = \frac{\partial d_j(\mathbf{x}) E_j(\mathbf{x})}{\partial x_j} - a(\mathbf{x}) E(\mathbf{x}) \quad (10-2-46)$$

$$F_\alpha(\mathbf{x}) = -\frac{c_\alpha(\mathbf{x})}{a(\mathbf{x})} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_\alpha} + d_\alpha(\mathbf{x}) E_\alpha(\mathbf{x}) \quad (10-2-47)$$

$$E(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') d\omega' d\omega \quad (10-2-48)$$

$$E_l(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_l d\omega = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') i_d(\mathbf{x}, \mathbf{r}') r_l d\omega' d\omega \quad (10-2-49)$$

境界条件：

$$\frac{c_j}{a} \frac{\partial U}{\partial x_j} n_j = 2\pi U + d_j E_j n_j \quad (10-2-50)$$

$$\gamma_0(\mathbf{x}) = \alpha_0 - \beta_0(\mathbf{x})$$

$$c_j(\mathbf{x}) = 1 / (c \chi_j(\mathbf{x}))$$

$$d_j(\mathbf{x}) = 1 / \chi_j(\mathbf{x})$$

$$\chi_\alpha(\mathbf{x}) = c(\alpha_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}) - {}^*\beta_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}))$$

$$\alpha_0 = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega = 2\pi$$

$$\beta_0(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') d\omega' d\omega$$

$$\alpha_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_\alpha r_\alpha d\omega$$

$${}^*\beta_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}) = \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_\alpha r'_\alpha d\omega' d\omega$$

ここで、ギリシャ文字の添え字の場合は総和しない。

[(10-2-43)式の拡散近似 (長波長放射)]

$$i(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = U(\mathbf{x}) + c F_j(\mathbf{x}) r_j \quad (10-2-51)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{c_j(\mathbf{x})}{a(\mathbf{x})} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right] - \gamma_0(\mathbf{x}) a(\mathbf{x}) U(\mathbf{x}) = -a(\mathbf{x}) E(\mathbf{x}) \quad (10-2-52)$$

$$F_\alpha(\mathbf{x}) = -\frac{c_\alpha(\mathbf{x})}{a(\mathbf{x})} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_\alpha} \quad (10-2-53)$$

$$E(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} e(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega = \alpha_0 \frac{\varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} \sigma(\Theta_l(\mathbf{x}) + 273.15)^4 \quad (10-2-54)$$

境界条件：

$$\frac{c_j}{a} \frac{\partial U}{\partial x_j} n_j = 2\pi (U - \bar{i}_{out}) \quad (10-2-55)$$

$$\bar{i}_{out} = \frac{1}{\pi} \int_{\omega=2\pi} i_{out}(\mathbf{r}) |-(\mathbf{r} \cdot \mathbf{n})| d\omega \quad (10-2-56)$$

$$\gamma_0(\mathbf{x}) = \alpha_0 - \beta_0(\mathbf{x})$$

$$c_j(\mathbf{x}) = 1/(c x_j(\mathbf{x}))$$

$$\chi_\alpha(\mathbf{x}) = c [\alpha_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}) - {}^*\beta_{\alpha\alpha}(\mathbf{x})]$$

$$\alpha_0 = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) d\omega = 2\pi$$

$$\beta_0(\mathbf{x}) = \frac{1-\varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') d\omega' d\omega$$

$$\alpha_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}) = \int_{\omega=4\pi} G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) r_\alpha r_\alpha d\omega$$

$${}^*\beta_{\alpha\alpha}(\mathbf{x}) = \frac{1-\varepsilon(\mathbf{x})}{\pi} \iint_{\omega=4\pi, \omega'=4\pi} \Gamma_R(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{r}') r_\alpha r'_\alpha d\omega' d\omega$$

ここで、 $i_{out}$  は外側から植栽境界に入射する長波長放射輝度を表す。

## 2. 5 Collatz らの気孔コンダクタンスモデル (Collatz, et al., 1991)

次に、Collatz らの気孔コンダクタンスモデルを示す。

### (1) 気孔コンダクタンスモデル

$$g_s = m \frac{h_s A_n}{c_s} + b \quad (10-2-57)$$

$$A_n = \frac{g_s}{1.6} (c_s - c_i) \quad (10-2-58)$$

$$A_n = f(Q_{PAR}, \Theta_l, c_i) \quad (10-2-59)$$

Collatz らの気孔コンダクタンスモデルでは、Ball の気孔コンダクタンス実験式 ((10-2-57)式)、正味の二酸化炭素固定速度の式 ((10-2-58)式、係数 1.6 は水蒸気と二酸化炭素の拡散係数の比)、そして、 $C_3$  植物の光合成モデル ((10-2-59)式) が組み合わされている。 $C_3$  植物の光合成モデルは Farquhar ら (1980) のモデルを簡易化したものである。

### (2) $C_3$ 植物の光合成モデル

((10-2-59)式の光合成モデルは以下のように表される。

$$A_n = A - R_d \quad (10-2-60)$$

$$A = \min(J_E, J_C, J_S) \quad (10-2-61)$$

$$J_E = \alpha Q_{PAR} (p_i - \Gamma_*) / (p_i + 2\Gamma_*)$$



$$\begin{aligned}
J_s &= V_m / 2 \\
J_c &= \frac{V_m (p_i - \Gamma_*)}{p_i + K_c (1 + [O_2] / K_o)} \\
R_d &= 0.015 V_m \\
\Gamma_* &= [O_2] / (2\tau) \\
p_i &= c_i P_0
\end{aligned} \tag{10-2-63}$$

温度依存性

$$k = k_{25} Q_{10}^{(\Theta_i - 25)/10}, \quad k = (K_c, K_o, \tau, V_m, R_d) \tag{10-2-64}$$

$\Theta_i > 35$  のとき、

$$V_m = V_m^0 \left\{ 1 + \exp \left[ \frac{-a + b(\Theta_i + 273.15)}{R(\Theta_i + 273.15)} \right] \right\}^{-1} \tag{10-2-65}$$

$$R_d = R_d^0 \left\{ 1 + \exp [1.3(\Theta_i - 55)] \right\}^{-1} \tag{10-2-66}$$

詳細は、第9章参照。

Collatz らの気孔コンダクタンスモデルでは、葉表面の相対湿度、葉表面の二酸化炭素濃度、葉に吸収される PAR、そして葉温を既知と仮定して、気孔コンダクタンス、正味二酸化炭素固定速度、そして細胞内の二酸化炭素濃度を計算する。この研究では、葉表面の相対湿度、葉表面の二酸化炭素濃度、そして葉温を 2.2 節で示した葉面でのフラックスの収支式と組み合わせている。

### 3. 樹木模型への適用と計算結果

#### 3.1 計算の概要

ここでは、1辺が 6m 立方の樹木模型を取り上げた。計算領域は 48m (x 軸) X 30m (y 軸) X 30m (z 軸) とした。点 (15m, 15m, 7m) を樹木葉群の中心とした。計算領域は 43X34X34 個のグリッドに分割した、葉面積密度は  $1[m^2/m^3]$  とした。広葉樹の場合、葉面積密度の平均は 1 のオーダーである。

前節で示した 3 つのサブモデルを統合することにより、樹木内の熱・水分・二酸化炭素収支を計算した。2.1 節に示した乱流モデルは差分法 (SMAC, Adams-Bashforth scheme, QUICK 空間差分) で計算した。短波長放射の計算に関しては、放射輝度の間接成分を拡散近似 (2.4 節) により計算した。拡散近似では精緻解法に比べ、計算機の cpu 時間、メモリ共に大幅に節約できる。短波長放射の計算は、乱流モデルの計算とは別個に求められる。長波長放射に関しては、放射輝度の方程式 ((10-2-43) 式) が直接拡散近似によって解かれた ((10-2-52), (10-2-53) 式)。2.2 節の葉面での熱・水分・二酸化炭素収支式、2.5 節の気孔コンダクタンスモデル、そして長波長放射の式 (拡散近似式) は、乱流モデルのプログラムの中に組み込まれた。

### 3. 2 放射計算の条件

太陽高度は 60 度、x 軸方向に入射するものとした。直達日射量と拡散日射量の算出は日本建築学会 (1978) に従った。晴天日を想定し、大気透過率は 0.8 とした。湿度 40%、気温 20 度として、天空長波長放射量を日本建築学会 (1978) から求めた。地面のアルベドは 0、射出率は 1 とした。個葉の日射透過率は、0.1(PAR)、0.5(NIR)、反射率は、0.1(PAR)、0.4(NIR)とした。射出率は 0.9 とした。これらの値は葉の持つ典型的な値である。PAR conversion factor は、太陽高度が 60 度のとき、0.425 (直達日射)、0.7 (拡散日射) とした (Ross, 1981) 参照。葉の配置関数 ( $g(\mathbf{x}, \mathbf{r}_L)$ ) は、uniform 型 ( $g(\mathbf{r}_L)=1$ ) を取り上げた。

### 3. 3 気流計算の条件

#### 1) 流入境界 (x=0 の y-z 平面) :

粗度長  $z_0 = 1$  [cm]

$$U(z) = (u_* / \kappa) \log(z/z_0)$$

$$k = u_* / \sqrt{C_D}$$

$$\varepsilon(z) = u_*^3 / (\kappa z)$$

$$U(30m) = 2 [m/s], \quad \Theta = 20 [^\circ C], \quad q = 5.82 [g/Kg], \quad C = 13.9 [mmol/m^3]$$

他の成分は 0。ここで、 $u_*$  は摩擦速度。

#### 2) 上端境界条件 (z=30m) :

$$U=2, \quad V=0, \quad \partial W / \partial z = 0, \quad \Theta=20$$

$$q=5.82, \quad C=13.9, \quad \partial k / \partial z = 0, \quad \partial \varepsilon / \partial z = 0$$

#### 3) 地面境界条件 :

風速は対数則を用いた。

$$\Theta=20, \quad q=5.82, \quad C=13.9, \quad \partial k / \partial z = 0, \quad \varepsilon(z_1) = C_D^{0.75} k_1^{1.5} / (\kappa z_1)$$

$z_1$  は地面に接するセルの中心高さを示す。 $k_1$  は高さ  $z_1$  での乱流エネルギーを示す。

#### 4) 流出境界条件 (x=48m での y-z 平面) :

すべての変数に対して x 方向の微分が 0 とした。

#### 5) 側面境界条件 (y=0 と y=30m での x-z 平面) :

$$V=0$$

他の変数は y 方向の微分が 0 とした。

#### 6) 葉群の抵抗係数 ( $c_f$ ) :

$c_f = 0$  とした。一般に、 $c_f = 0.2 \sim 0.3$  の値である。

また、 $\varepsilon$  式に表れる係数  $c_{ep} = 1.5$  とした。

### 3. 4 気孔コンダクタンス計算の条件

Collatz らの気孔コンダクタンスモデルに入れるパラメータ値は、現時点では Collatz らが行った実

験データしかない。従って、今回は Collatz らのパラメータ値 (1991) をそのまま用いた。Collatz らのモデルは  $C_3$  植物の光合成のメカニズムを考慮したモデルであるため、樹木の葉にこれらの数値を入れても定性的には妥当と考えられる。

### 3. 5 計算結果

以下に示す計算結果は全て、 $y=15\text{m}$  での  $x$ - $z$  断面 (樹木の中心) での結果を図示する。

#### 1) 周囲空気について

図 1 に風速ベクトルを示す、樹木の下流に大きな伴流域が発生しているのが分かる。建物の伴流域と異なり、この伴流域では逆流は生じていない。単なる風速の減衰となっている。これは、観測結果とも一致している。また、(固定した) 渦は発生していない。

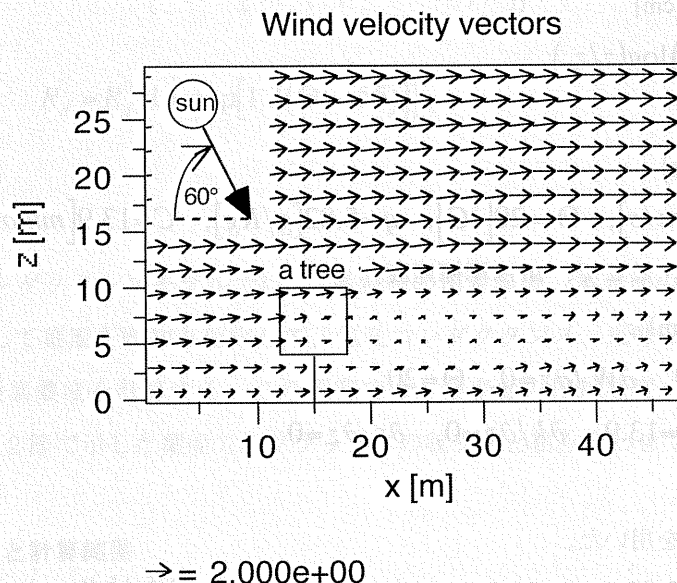


図 1 風速ベクトル

図 2 に気温の分布を示す。樹木の内部と風下側に気温の低い部分が広がっている。これは、空気が樹木を通過する際に、葉からの蒸散によって冷却され、移流により後流に流されるためである。

図 3 に比湿の分布を示す。樹木の内部と風下に高い比湿の領域が広がっている。この現象は、気温の場合と同様に、葉の蒸散によって葉から水分が流出され、移流により後流に流されるためである。

図 4 に二酸化炭素濃度 (実際には、mol fraction) の分布を示す。二酸化炭素の場合にも、気温や比湿の場合と同様に、伴流域に低い濃度領域が生じている。この現象は、葉の光合成による空気中の二酸化炭素の固定と移流に因る。

図 5 に圧力分布を示す。樹木の前面に高い圧力部分が生じている。樹木の下流部と後流域に低い圧力分布を示している。この圧力分布は、樹木の下流部に低い圧力部があり、個体物体の場合と異なっている。



2) 葉群内のエネルギー収支について

図6から図11に樹木内の熱収支とPARの分布を示す。光合成に影響を及ぼすPARは直

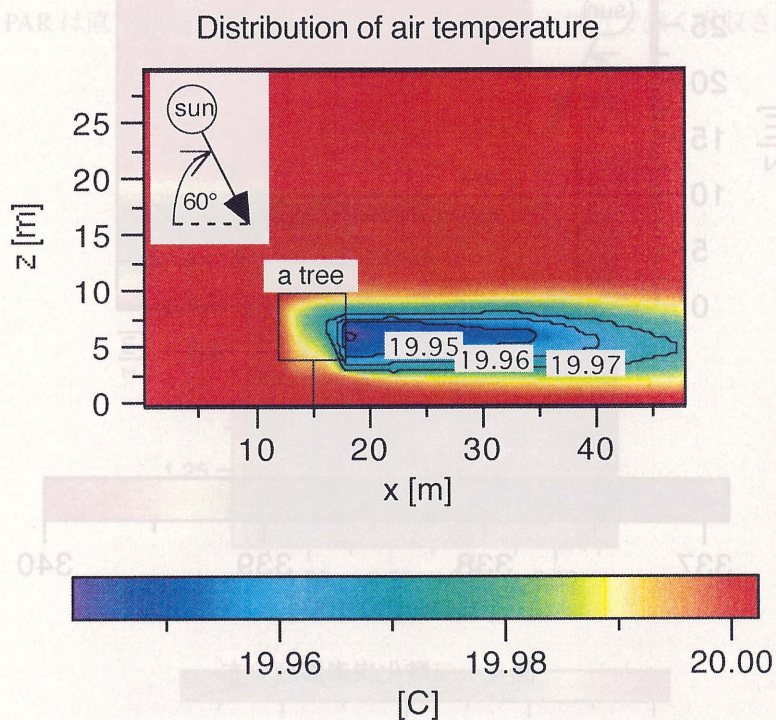


図2 気温分布

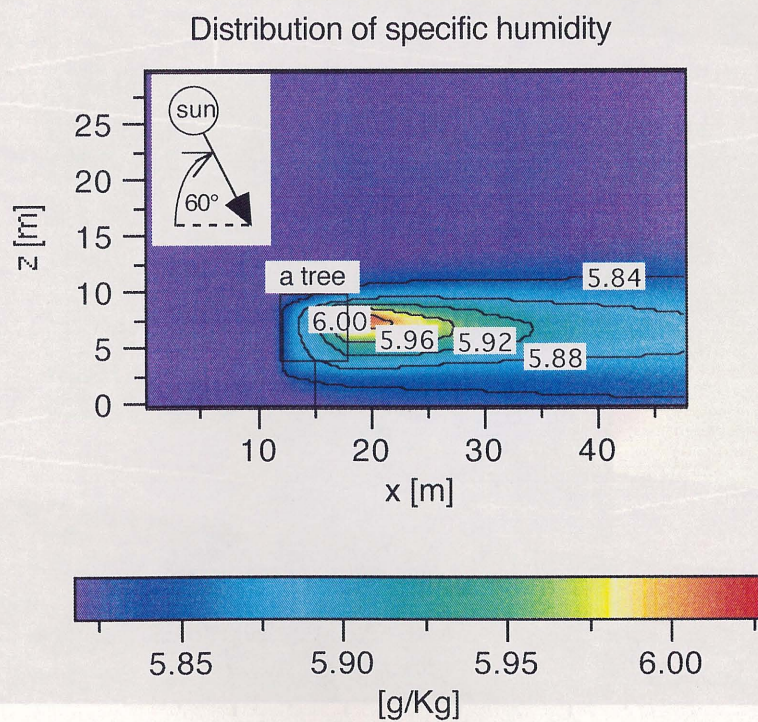


図3 比湿分布



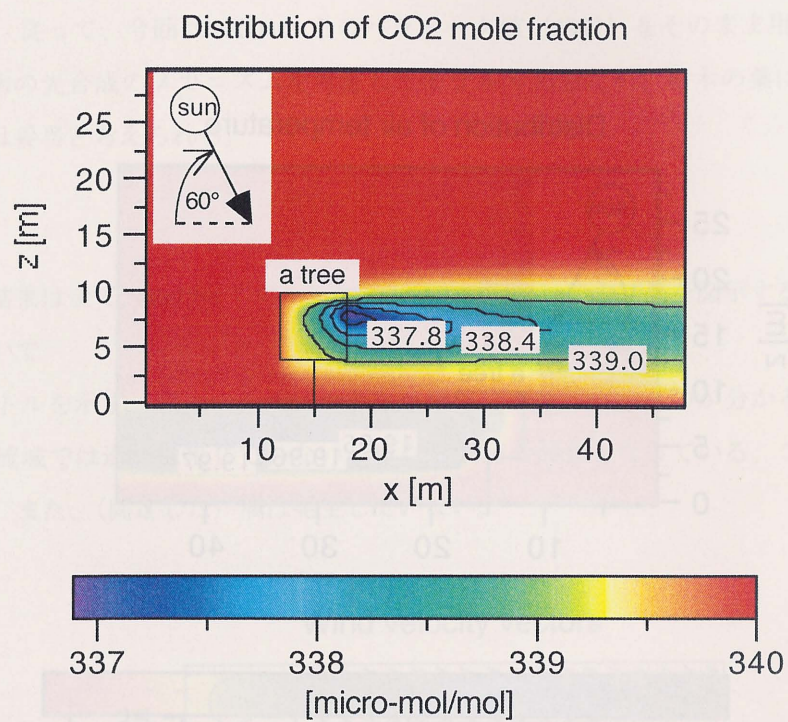


図4 二酸化炭素濃度分布

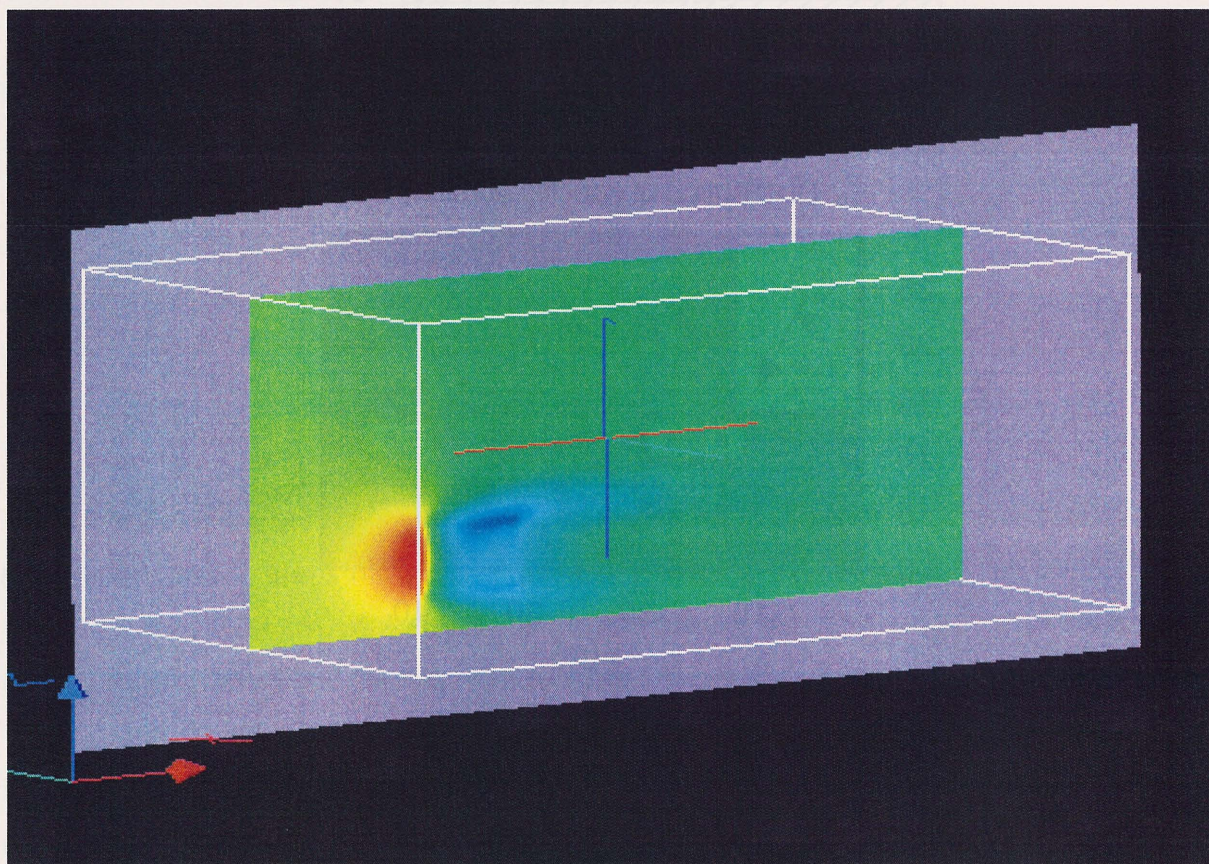


図5 圧力分布



## 2) 葉群内のエネルギー収支について

図 6 から図 11 に樹木内の熱収支の詳細を示す。図 6 は葉群に吸収される PAR の分布を示す。光合成に影響を及ぼす PAR は直達日射を強く受ける樹木の上と前面付近で強く吸収されている。

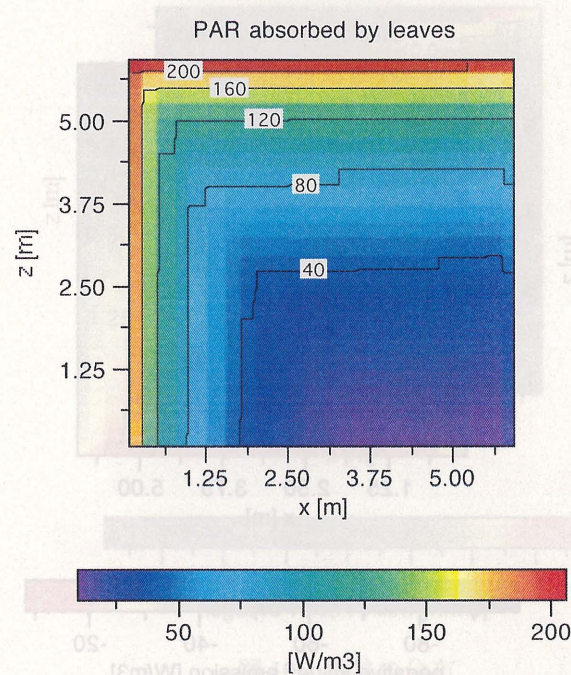


図 6 葉群に吸収される PAR

図 7 に葉群に吸収される NIR の分布を示す。NIR は PAR に比べて樹木の内部深くまで浸透している。この差は、個葉の PAR に対する強い吸収性状と、NIR に対する強い散乱性状に依存する。

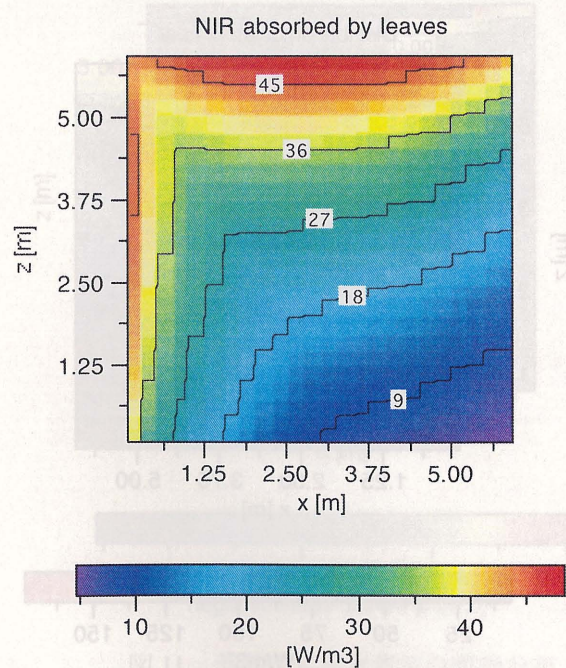


図 7 葉群に吸収される NIR



図8に樹木内の正味の長波長放射量（負値は葉からの射出を示す）の分布を示す。正味の長波長放射量は樹木の上端で強く射出する。この原因は大気放射が地面や葉の放射に比べて小さいためである。正味の長波長放射量は葉群に吸収される NIR と同じオーダーである。このことから、長波長放射を簡易に取り扱うと樹木内の熱収支の予測に大きな誤差を生じさせる危険性はあることが推定される。

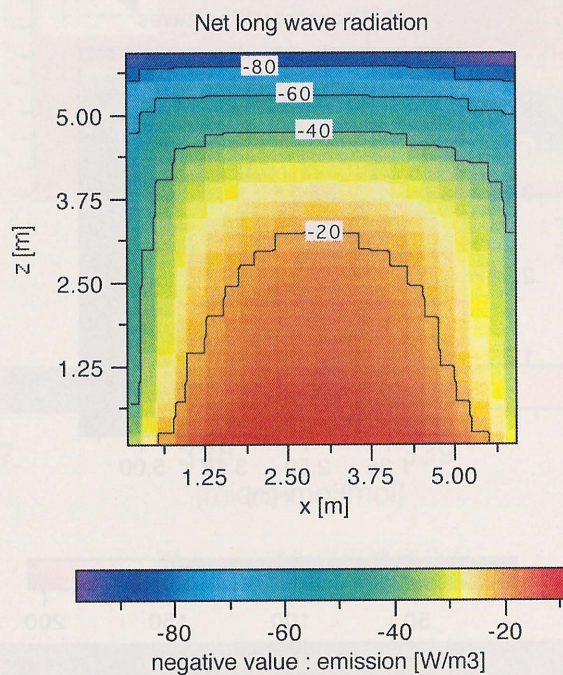


図8 葉群内の正味の長波長放射量

図9は蒸散による潜熱を示す。葉によって吸収される日射量の大部分が蒸散による潜熱によって放出されることが分かる。

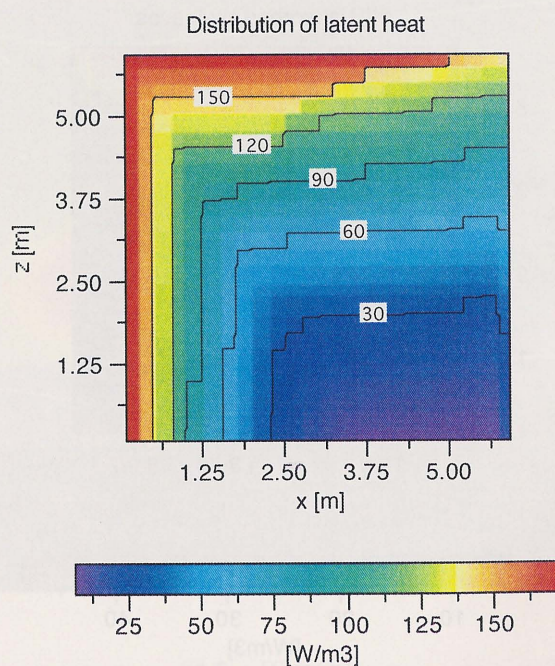


図9 蒸散による潜熱の分布



図 10 に顕熱分布を示す。正值は葉からの放出を示す。顕熱によるエネルギー放出は潜熱に比べて小さい。

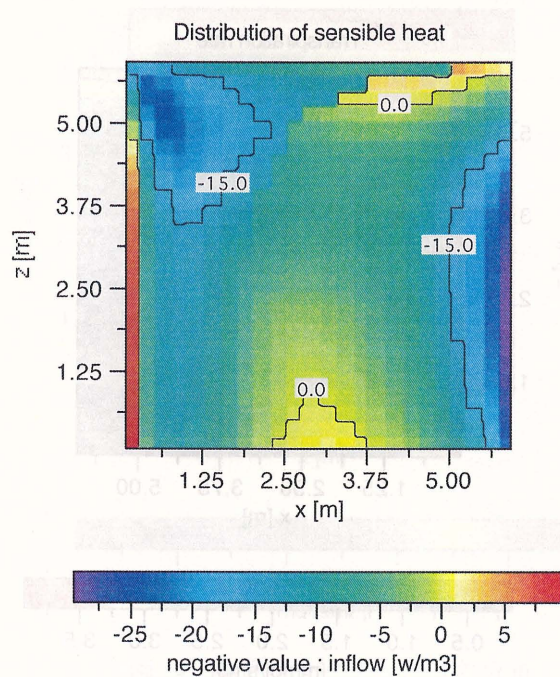


図 10 顕熱の分布

図 11 に蒸散による水蒸気の流入による顕熱の分布を示す。空気の顕熱に比べて小さく、無視し得る。

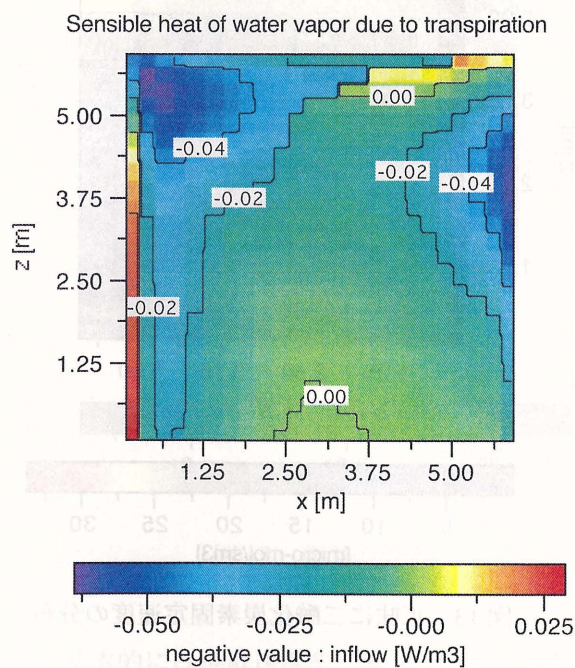


図 11 蒸散による水蒸気の顕熱分布



### 3) 蒸散速度、正味の二酸化炭素固定速度の詳細

図 12 に蒸散速度の分布を示す。図 13 に正味の二酸化炭素固定速度を示す。

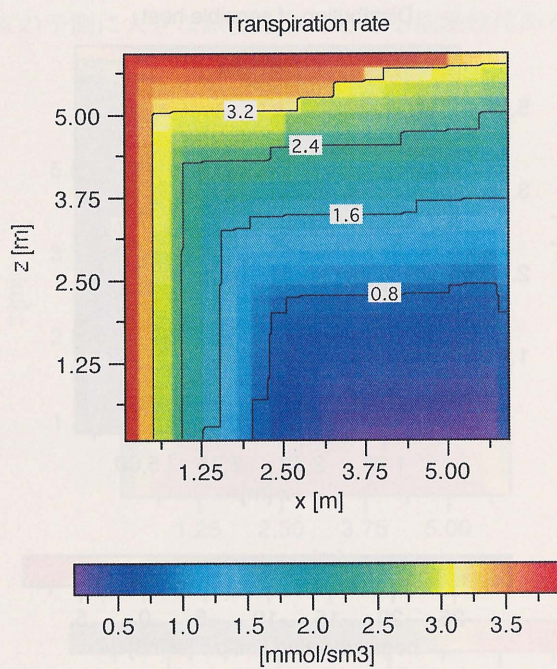


図 12 蒸散速度の分布

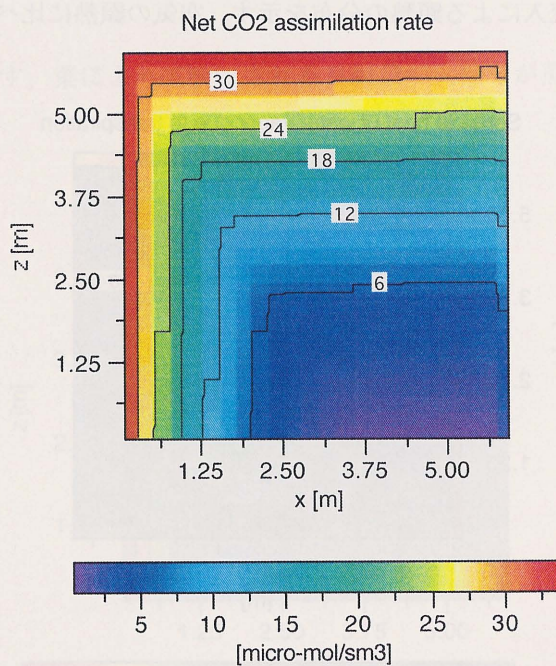


図 13 正味に二酸化炭素固定速度の分布

蒸散速度と正味二酸化炭素固定速度は樹木の上端部と前面部で大きくなっている。この領域は PAR が葉によって強く吸収される領域とだいたい一致している。



図 14 に気孔コンダクタンス、図 15 に葉温の分布を示す。

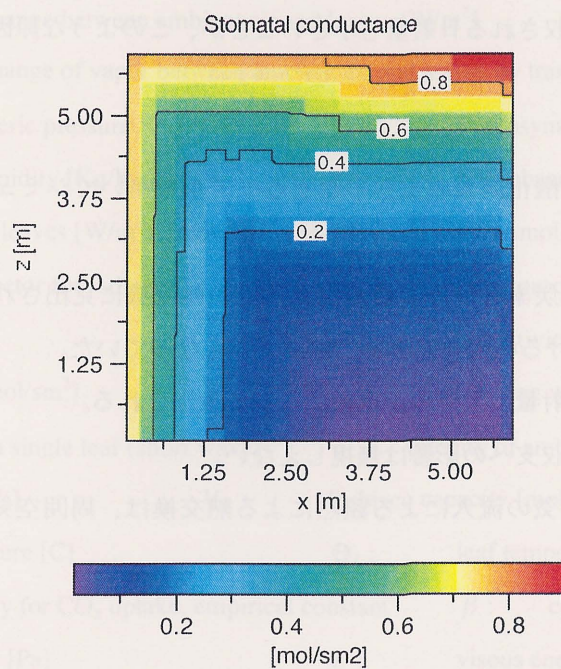


図 14 気孔コンダクタンスの分布

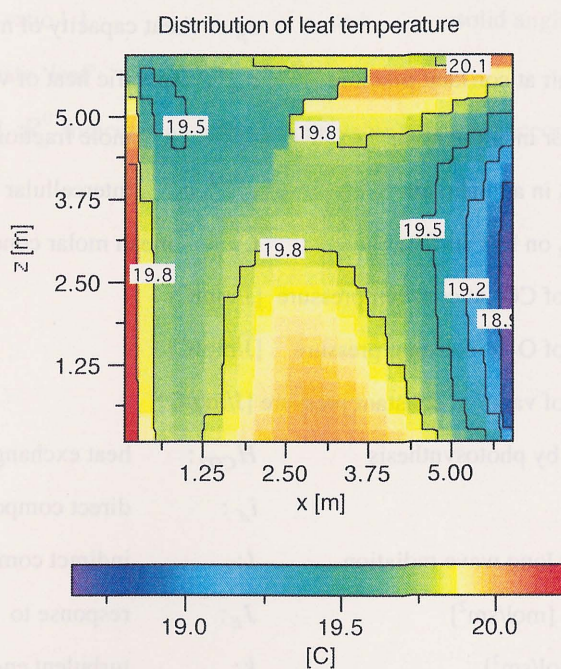


図 15 葉温の分布

気孔コンダクタンスの分布は、基本的には蒸散速度や二酸化炭素固定速度の分布と一致しているが、樹木の後方上端部で大きな値を示している。風速などの気孔コンダクタンス以外の環境因子も樹木の熱収支に相互的に影響を与えるが、気孔コンダクタンスが熱収支に大きな影響を与えていることは、

図 14 から明らかである。図 15 で示す葉温の分布は、樹木の前面下部で高く、後部下部で低くなっている。この現象は、前面下部で直達日射を受け、かつ長波長放射の射出が小さいこと、樹木後部下部では、気温が低く、かつ、吸収される日射量も小さいことが、このような原因となっている。

#### 4. まとめ

樹木模型内の熱・水分・二酸化炭素収支を予測するモデルを用いてシミュレーションを行い、以下の点が明らかとなった。

- 1) 低温、高湿度、底二酸化炭素濃度の領域が樹木下流の伴流域に見出された。一方、蒸散速度と光合成速度は直達日射を受ける樹木前面部と上端部で強くなっていた。
- 2) 葉によって吸収される日射量の大部分が蒸散によって放出される。
- 3) 長波長放射のエネルギー収支への影響は無視しえない。
- 4) 蒸散による葉からの水蒸気の流入による顕熱による熱交換は、周囲空気と葉面との顕熱交換に比べて無視しえる。

#### 記号

$a$ :	leaf area density [ $\text{m}^2/\text{m}^3$ ]	$a$ and $b$ :	empirical constants
$A$ :	photosynthetic rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$A_n$ :	net photosynthetic rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]
$b$ :	empirical constants	$c_p$ :	heat capacity of moist air at constant pressure
$c_{pa}$ :	specific heat of dry air at constant pressure	$c_{pv}$ :	specific heat of vapor at constant pressure
$c_a^{vap}$ :	mole fraction of vapor in ambient air	$c_s^{vap}$ :	mole fraction of vapor on leaf surface
$c_a^{CO_2}$ :	mole fraction of $\text{CO}_2$ in ambient air	$c_i^{CO_2}, c_i$ :	intercellular $\text{CO}_2$ mole fraction
$c_s^{CO_2}, c_s$ :	mole fraction of $\text{CO}_2$ on leaf surface	$C$ :	mean molar concentration of $\text{CO}_2$ [ $\text{mol}/\text{m}^3$ ]
$C_p^{CO_2}$ :	molar heat capacity of $\text{CO}_2$ at constant pressure [ $\text{J}/\text{molC}$ ]		
$C_p^{O_2}$ :	molar heat capacity of $\text{O}_2$ at constant pressure [ $\text{J}/\text{molC}$ ]		
$C_p^{vap}$ :	molar heat capacity of vapor at constant pressure [ $\text{J}/\text{molC}$ ]		
$H_{O_2}$ :	heat exchange of $\text{O}_2$ by photosynthesis	$H_{CO_2}$ :	heat exchange of $\text{CO}_2$ by photosynthesis
$i$ :	radiance [ $\text{W}/\text{m}^2\text{sr}$ ]	$i_d$ :	direct component of $i$
$i_{out}$ :	incident radiance for long wave radiation	$I$ :	indirect component of $i$
$J_c$ :	Rubisco-limited rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$J_E$ :	response to $Q_{PAR}$ [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]
$J_s$ :	sucrose synthesis [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$k$ :	turbulent energy
$K_c$ :	Michaelis constant for $\text{CO}_2$ , empirical constant	$K_o$ :	inhibitory constant for $\text{O}_2$ , empirical constant
$l_v$ :	heat of vaporization of water [ $\text{J}/\text{mol}$ ]	$m$ :	empirical constant
$n_i$ :	inward normal unit vector	$NIR$ :	Near InfraRed radiation
$[O_2]$ :	partial pressure of intercellular $\text{CO}_2$ [ $\text{Pa}$ ]	$P$ :	mean relative pressure [ $\text{Pa}$ ]
$E$ :	transpiration rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$e_s$ :	saturated vapor pressure [ $\text{Pa}$ ]

$g$ :	leaf distribution function	$g_i$ :	stomatal conductance [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]
$h_c$ :	convective heat transfer coefficient [ $\text{W}/\text{m}^2\text{C}$ ]		
$H$ :	sensible heat exchange between ambient air and leaves [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]		
$H_{vap}$ :	sensible heat exchange of vapor between ambient air and leaves by transpiration [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]		
$P_0$ :	standard atmospheric pressure [Pa]	$PAR$ :	Photosynthetically Active Radiation
$q$ :	mean specific humidity [ $\text{Kg}/\text{Kg}$ ]	$Q_{NIR}$ :	NIR absorbed by leaves [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]
$Q_{PAR}$ :	PAR absorbed by leaves [ $\text{W}/\text{m}^2$ ], [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ],	1 [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] $\sim$ 4.6 [ $\mu\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	
$\mathbf{r}$ :	unit directional vector for radiance	$(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)$ :	inner product of $\mathbf{r}_1$ and $\mathbf{r}_2$
$R$ :	ideal gas constant	$R$ :	reflectivity of a single leaf (short wave)
$R_d$ :	day respiration [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$R_{net}$ :	net long wave radiation [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]
$T$ :	transmissivity of a single leaf (short wave)	$u$ :	velocity of ambient air (absolute value) [ $\text{m}/\text{s}$ ]
$U_i$ :	mean velocity [ $\text{m}/\text{s}$ ]	$V_m$ :	Rubisco capacity [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ], empirical constant
$\Theta$ :	mean air temperature [ $^{\circ}\text{C}$ ]	$\Theta_l$ :	leaf temperature [ $^{\circ}\text{C}$ ]
$\alpha$ :	quantum efficiency for $\text{CO}_2$ uptake, empirical constant	$\beta$ :	coefficient of volume expansion
$\Gamma_*$ :	composition point [Pa]	$\varepsilon$ :	visous energy dissipation rate
$\varepsilon$ :	emissivity of a single leaf (long wave)	$\rho$ :	moist air density
$\rho_a$ :	dry air density	$\sigma$ :	Stefan-Boltzman constant
$\tau$ :	$\text{CO}_2/\text{O}_2$ -sepecificity ratio [-]	$\omega$ :	solid angle

The subscripts  $L$  and  $l$  indicate 'leaf'.

The superscript 0 in  $V_m^0$  and  $R_d^0$  indicates an intermediate value corrected according to eq.(10-2-64).



## 第 11 章 植栽内の熱・水分・二酸化炭素収支モデルの検証

### 1. はじめに

都市の緑化は都市の熱環境を緩和することが知られている。しかし、現段階では、このような植栽による緩和作用を定量的に予測することは困難である。このような植栽の微気候モデルは 1960 年代に入ってから研究され始めた。例えば、Waggoner and Reifsnnyder (1968), Lemon et al. (1971), Goudriaan (1977), Norman (1979), 堀江(1981), Meyers and Paw U(1987), Naot and Mahrer (1989), 神田と日野 (1990a, b), 吉本ら (2000), Tanaka (2001)など。これらの研究の中で特に、Naot and mahrer は、植栽の微気候のモデルの構築のために、次の 5 つのサブモデルを統合した：植栽内の乱流モデル、植栽内の短波長放射伝達モデル、気孔コンダクタンスモデル、根による土壌水分吸収モデル、土壌内での熱・水分同時移動モデル。彼らは、Wilson and Shaw (1977) の植栽内乱流モデルを、Mellor and Yamada (1974)の乱流モデルに応用し、気温、湿度の乱流モデルをも作成した。彼らは、Norman (1979) の放射伝達モデル、Avisar et al. (1985) の気孔コンダクタンスモデル（これは Jarvis (1976) のモデルに相当する）、そして、Philip and de Vries (1957)の土壌内の熱・水分同時移動モデルを採用した。神田と日野による NEO-SPAM モデル (1990a, b) は次のサブモデルを含む。：Kondo and Akasi の乱流モデル (1976)、放射伝達モデル、堀江の気孔コンダクタンスモデル (1981)（これも Jarvis のモデルに相当する）、土壌内での熱・水分移動モデル、そして Herkelrath モデル (1977b)を改良した、根からの水分吸収モデル。吉本らは、Harley and Tenhunen の光合成モデル (1991) を NEO-SPAM モデルに追加した。

上記のモデルは植栽内の熱・水分収支モデルの発展に大いに寄与した。しかし、これらのモデルは、完全には 3 次元植栽には適用できない。都市の緑化による都市の熱環境の緩和を予測するためには 3 次元植栽の熱・水分収支モデルが必要になる。また、これらのモデルは、短波長放射を PAR（光合成有効放射）と他の波長成分に分離していない。PAR は気孔の開閉に直接影響を与える。また、個葉の反射率、透過率は PAR 成分の波長域と他の短波長の波長域で大きく異なる。短波長放射に対する反射率と透過率の平均値を用いて植栽内の短波長放射分布を計算しても精度の良い放射量は得られない。そのため第 8 章では、3 次元植栽にも適用できる熱・水分・二酸化炭素収支モデルを提案した。ここでは、モデルの計算結果と測定データとの比較からモデルの検証を行う。

### 2. 検証方法

モデルの詳細は第 8 章で示した。モデルの検証のために、Naot and Mahrer (1989) の綿畑での測定データを用いた。綿の葉の両面で蒸散する。従って、第 10 章での(10-2-26),(10-2-26)式で、 $i=2$  となる。

測定場所は Gilgar（死海の北約 25Km, Jordan 谷にある）。測定日時は 1987 年 8 月 18 日（午前 1 時）から 20 日（午後 11 時）の 3 日間。この 3 日間は快晴である。

Naot and Mahrer は 4m の高さで、水平面全天日射量、気温、風速（絶対値）、そして比湿を測定している。今回はこれらの測定データを上端境界条件とした。水平面全天日射量は、太陽高度、大気透過率、Bouguer の式、そして Berlarge の式を用いて、法線面直達日射と拡散日射に分離した。法線面

直達日射量は Bouguer の式を用いて、次のように表される。

$$I_D = I_0 P^{\cos(h)} \quad (11-2-1)$$

ここで、 $I_D$  は法線面直達日射量 [ $\text{W/m}^2$ ]、 $I_0$  は太陽定数 ( $1353[\text{W/m}^2]$ )、 $P$  は大気透過率、 $h$  は太陽高度を示す。太陽高度は、Gilgar の緯度、経度、そして時刻から求めた。

拡散日射量 ( $I_s[\text{W/m}^2]$ ) は、次の Berlarge の式を用いて求めた。

$$I_s = 0.5 I_0 \sin(h) (1 - P) \left( 1 - P^{\cos(h)} \right) / (1 - 1.4 \log_e P) \quad (11-2-2)$$

上記 2 式より、水平面全天日射量の測定値が計算値と一致するように、大気透過率を決定した。法線面直達日射と拡散日射に対する PAR と NIR は、Ross (1981) のテキストの図 42 と図 43 の PAR conversion factor の値を用いて決定した。

下向き大気放射 ( $L [\text{W/m}^2]$ ) (長波長放射) の測定データは無かったため、4m の高さでの気温と比湿のデータを用いて、Brunt の式 (次式) から求めた。

$$L = (0.51 + 0.066 \sqrt{e}) \sigma (\Theta + 273.15)^4 \quad (11-2-3)$$

ここで、 $e$  は水蒸気圧 [hPa]、 $\Theta$  は気温 [C] である。二酸化炭素濃度は測定されていないため、高さ 4m で  $340[\mu\text{mol/mol}]$  (3 日間一定) のモル分率を与えた。二酸化炭素濃度は気孔コンダクタンスに影響を及ぼすが、自然状態での濃度変化程度では、それほど気孔コンダクタンスに影響を及ぼさないことが、堀江 (1981) により報告されている。二酸化炭素のモル分率が、 $300 \sim 380[\mu\text{mol/mol}]$  の範囲では、二酸化炭素の濃度変化は、気孔コンダクタンスにそれほど影響を及ぼさない。

次に地表面の境界条件について示す。地表面温度は測定されていないため、地上 0.1m での気温を気温の下端境界条件とした。従って、地上 0.1m から地表面までの平均気温の計算は行っていない。地表面から地上 0.1m までの気温は等温としている。湿度は断湿、風速は 0 とした。土壌呼吸に関しては、Thorgeirsson and Soegaar (1999) の実験式を用いた。Thorgeirsson and Soegaar の土壌呼吸の実験式では、地中 5cm の土壌温をパラメータとしている。Naot and Mahrer の測定では地中 5cm の土壌温は測定されていない。そのため、地中 10cm での土壌温をパラメータとして用いた。

個葉の透過率は、0.1(PAR)、0.3(NIR)、反射率は、0.1(PAR)、0.4(NIR)とした。これらの値の各平均値は、Naot and mahrer の個葉の透過率と反射率に一致するようにしている。Naot and mahrer は葉の重み付き平均角度を 85 度としている。しかし、次の 2 点から、葉の配置関数は uniform 型とした。

(1) Ross (1981) の綿畑での消散係数の測定では、消散係数は太陽高度にそれほど依存しない。

(2) 植物図鑑から、綿の葉の図を見る限りでは、葉の角度は直立型ではなく種々の角度をしている。

今回提案したモデルでは、気孔コンダクタンスモデルは、Collatz et al. (1991) のモデルを採用している。この気孔コンダクタンスモデルでは、Ball の、気孔コンダクタンスと光合成の関係式（実験式）と光合成モデルとを組み合わせている。綿に対しては、Ball の実験式に表れるパラメータ  $m$  と  $b$  の値は、各々 8.01 と 0.03 とした。これらの値は Ball (1988) の測定による綿に対する値である。Collatz, et al. の光合成モデルに表れるパラメータに関しては、Harley, et al. (1992) の綿の測定より、quantum efficiency を 0.24 とした。Rubisco capacity の値を  $320[\mu\text{mol}/\text{sm}^2]$  とした。Naot and Mahrer が測定した気孔コンダクタンスの最大値に、Collatz, et al. の気孔コンダクタンスの最大値ができるだけ一致するように、この Rubisco capacity 値を決定した。

乱流統計量の境界条件としては、4m の高さで、乱流エネルギー ( $k$ )、粘性散逸率 ( $\varepsilon$ ) とともに、高さ方向の微分をゼロとした。地表面では、 $k$  の境界条件は高さ方向の微分をゼロ、 $\varepsilon$  の境界条件は次式とした。

$$\varepsilon(z_1) = C_D^{0.75} k(z_1)^{1.5} / (\kappa z_1) \quad (10-2-4)$$

ここで、 $z_1$  は地表面に接するセルの中心高さ、 $\kappa$  はカルマン定数である。植栽内乱流モデルに表れる係数  $c_{ep}$  の決定には、浮力の影響の少ない、午後 9 時の風速のデータ (Naot and Mahrer のデータ) を用いた。図 1 より、係数  $c_{ep}$  の最適値を 2.5 とした。Svensson and Haggkvist (1990)、あるいは Yamada (1982) のモデルの結果も図示している。彼らのモデルは、今日最も使用されている。しかし、結果は図 1 に示すように、係数  $c_{ep}$  の値の変化に過度に反応する。この現象は、Wilson and Shaw (1977) のデータの場合にも生じた。彼らの  $\varepsilon$  式は次式で表される。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \left( \frac{\varepsilon}{k} \right) [c_{\varepsilon 1} P_k + c_{ep} F_j U_j - c_{\varepsilon 2} \varepsilon] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (10-2-5)$$

その他のパラメータは Naot and Mahrer の値を用いた。

入力条件（境界条件）として用いたデータは 1 時間毎のデータを読みとり、線形補間を行って連続データとした。短波長放射に関しては、前もって 1 時間毎に計算し、植栽の葉群に吸収される量を求めておいた。それらに線形補間を行い、連続データとした。今回は、植生が 1 次元場であるため、Ross の放射伝達モデルの計算は、Schuster-Schwarzschild 近似 (Siegel and Howell, 1972) を用いて計算した。乱流モデルの計算に対しては、安定性解析により、安定なタイムステップを算出し、そのタイムステップで非定常計算を行った。長波長放射、葉面での各収支、そして気孔コンダクタンスの計算は、実時間で 1 分毎に行った。これらのプログラムは乱流モデルのプログラムの中に組み込んだ。計算値は 1 時間毎に出力した。初期条件は 8 月 18 日午前 1 時の測定データを境界条件として定常計算し、その結果を 3 日間の計算のための初期条件とした。



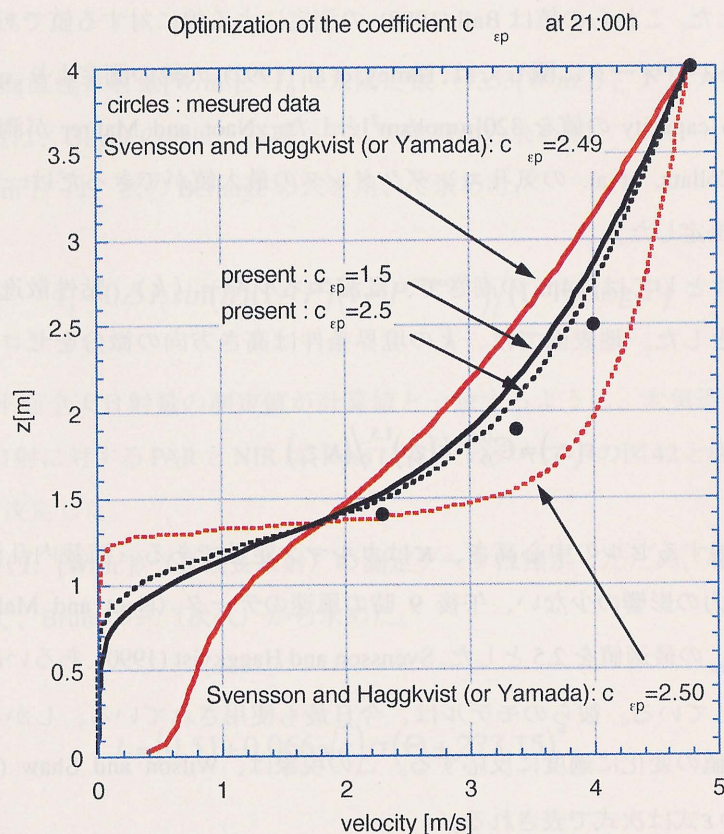


図1 係数  $c_{ep}$  の最適化

### 3. 計算結果と測定値との比較

図2は8月18日午前1時から20日午後11時までの風速の測定値と計算値との比較を示す。風向が示されていないため、風向の変化を考慮した計算はできなかったが、全体として良い一致を示している。図3は気温の測定値と計算値との比較を示す。結果は良い一致を示す。高さ4mと1.4mでの気温は殆ど同じである。これは葉面での蒸散により、葉面の温度上昇が抑制されることにより、高さ1.4mでの気温が上昇しなかったことに因る。高さ0.1mでの気温は、日中は15度以上も低い場合があり、キャノピー内部で気温差が大きい。図4は正味放射束密度の測定値と計算値との比較を示す。結果は良い一致を示す。気温や放射束密度に比べ、風速において測定値と計算値との一致が劣る原因として、以下の点が考えられる。

計算結果はキャノピー上空では対数則に従っている。しかし、高さ2.5mの風速の測定値は計算値と一致しない場合がある。即ち、実際の風速の測定データは対数則に従っていない。この原因として“穂波”の現象が考えられる。また、風速が小さい場合には、高さ4mでの風速よりも、高さ2.5mの風速の方が大きい場合がある。このことは、自然風は境界層（キャノピー上層の境界層も含む）で常に対数則分布をしている訳ではないことを示している。風速の内部不安定による“揺らぎ”が原因と



思われる。図3で高さ4mと1.4mでの気温(測定値)が常に殆ど一致しているため、浮力が原因とは考えにくい。実際の自然風では、風向が絶えず変化する。また、乱流成分と平均風とを正確に分離できないため、モデルによる計算値と測定値は正確には一致しなかったものと思われる。

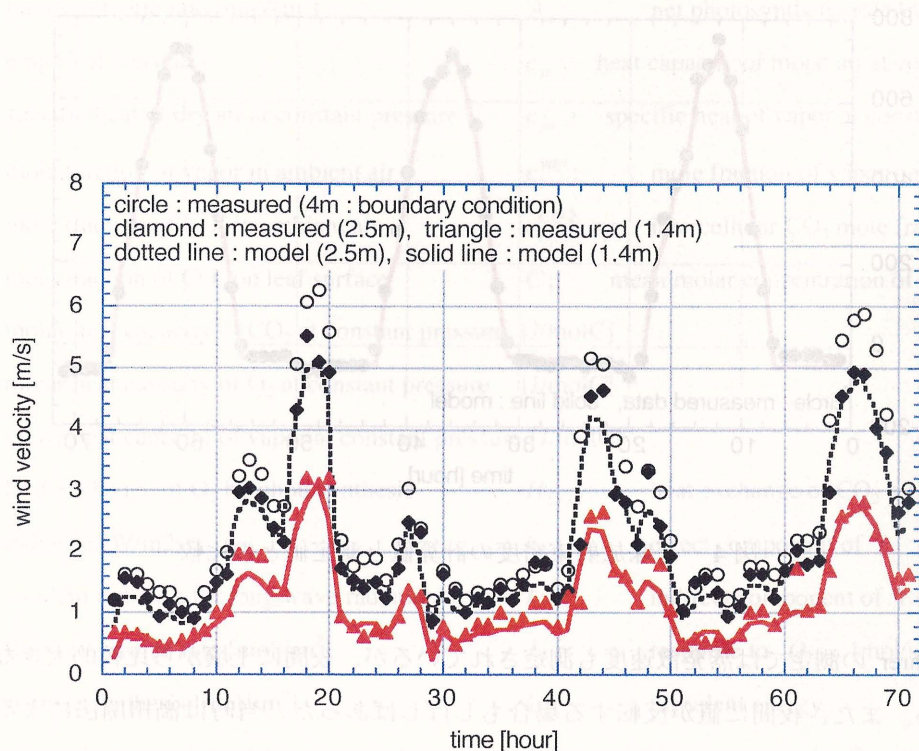


図2 高さ2.5mと1.4mでの風速の計算値と測定値との比較

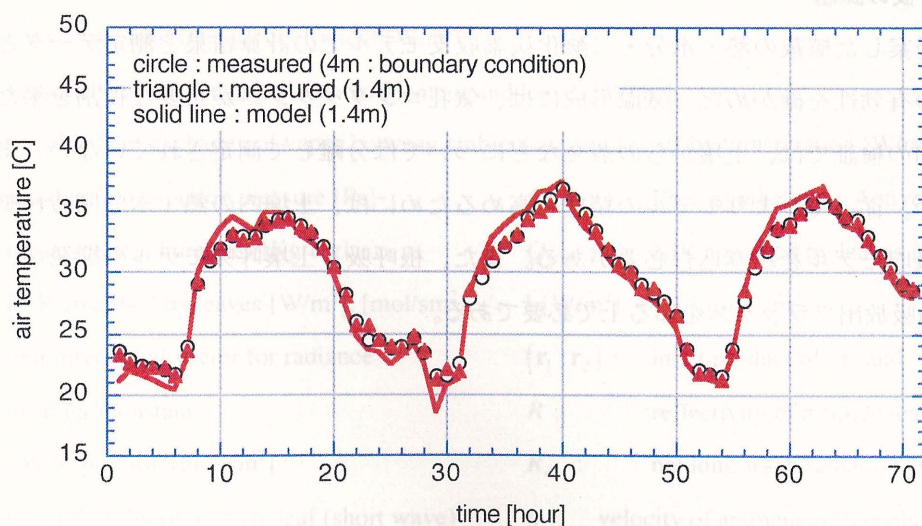


図3 高さ1.4mでの気温の計算値と測定値との比較



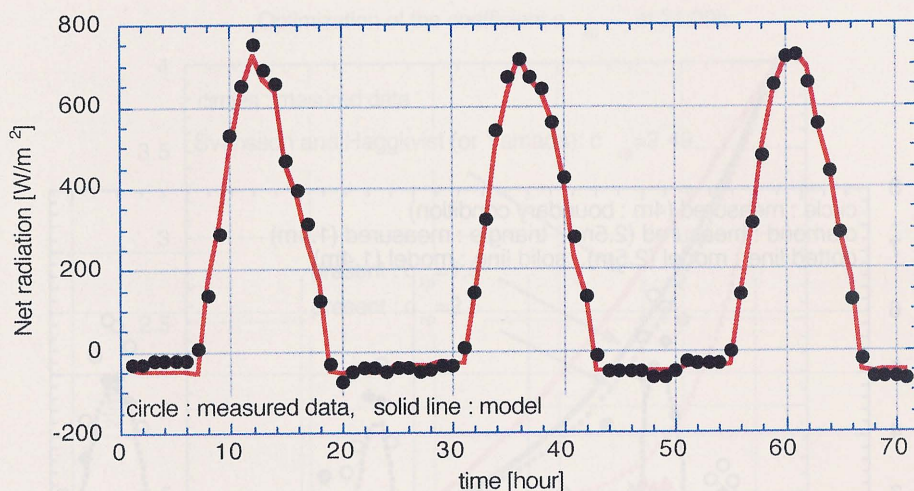


図4 正味放射束密度の計算値と測定値との比較

Naot and Mahrer の測定では蒸発散速度も測定されているが、夜間に土壌から比較的大きな蒸発量が観測されている。また、夜間に値が反転する場合もしばしばあった。当時は渦相関法による正確な補正法が確率していなかったため、乱流フラックスの測定精度に問題があると思われる。そのため、蒸散速度の比較はできなかった。

以上、今回は綿用に最適化された気孔コンダクタンスモデルも熱伝達率も利用することはできなかったが、計算結果は測定値と良い一致を示した。

#### 4. まとめと今後の課題

第10章で提案した植栽の熱・水分・二酸化炭素収支モデルでの計算結果と測定データとの比較を行い、モデルの有効性を確かめた。気温形成には、気孔コンダクタンスが重要な役割を果たすことが分かった。今回の検証では、土壌からの蒸発などについては分離して測定されていない。また、計算も行っていない。従って、よりモデルの精度を高めるためには、土壌内の熱・水分同時移動モデルと根からの水分吸収モデルを組み込む必要がある。また、根呼吸、土壌呼吸モデルの開発が、土壌からの二酸化炭素の吸放出フラックスを知る上で必要である。



# 記号

$a$ :	leaf area density [ $\text{m}^2/\text{m}^3$ ]	$a$ and $b$ :	empirical constants
$A$ :	photosynthetic rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$A_n$ :	net photosynthetic rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]
$b$ :	empirical constants	$c_p$ :	heat capacity of moist air at constant pressure
$c_{pa}$ :	specific heat of dry air at constant pressure	$c_{pv}$ :	specific heat of vapor at constant pressure
$c_a^{vap}$ :	mole fraction of vapor in ambient air	$c_s^{vap}$ :	mole fraction of vapor on leaf surface
$c_a^{CO_2}$ :	mole fraction of $\text{CO}_2$ in ambient air	$c_i^{CO_2}, c_i$ :	intercellular $\text{CO}_2$ mole fraction
$c_s^{CO_2}, c_s$ :	mole fraction of $\text{CO}_2$ on leaf surface	$C$ :	mean molar concentration of $\text{CO}_2$ [ $\text{mol}/\text{m}^3$ ]
$C_p^{CO_2}$ :	molar heat capacity of $\text{CO}_2$ at constant pressure [ $\text{J}/\text{molC}$ ]		
$C_p^{O_2}$ :	molar heat capacity of $\text{O}_2$ at constant pressure [ $\text{J}/\text{molC}$ ]		
$C_p^{vap}$ :	molar heat capacity of vapor at constant pressure [ $\text{J}/\text{molC}$ ]		
$H_{O_2}$ :	heat exchange of $\text{O}_2$ by photosynthesis	$H_{CO_2}$ :	heat exchange of $\text{CO}_2$ by photosynthesis
$i$ :	radiance [ $\text{W}/\text{m}^2\text{sr}$ ]	$i_d$ :	direct component of $i$
$i_{out}$ :	incident radiance for long wave radiation	$I$ :	indirect component of $i$
$J_c$ :	Rubisco-limited rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$J_E$ :	response to $Q_{PAR}$ [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]
$J_s$ :	sucrose synthesis [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$k$ :	turbulent energy
$K_c$ :	Michaelis constant for $\text{CO}_2$ , empirical constant	$K_o$ :	inhibitory constant for $\text{O}_2$ , empirical constant
$l_v$ :	heat of vaporization of water [ $\text{J}/\text{mol}$ ]	$m$ :	empirical constant
$n_i$ :	inward normal unit vector	$NIR$ :	Near InfraRed radiation
$[O_2]$ :	partial pressure of intercellular $\text{CO}_2$ [ $\text{Pa}$ ]	$P$ :	mean relative pressure [ $\text{Pa}$ ]
$E$ :	transpiration rate [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$e_s$ :	saturated vapor pressure [ $\text{Pa}$ ]
$g$ :	leaf distribution function	$g_i$ :	stomatal conductance [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]
$h_c$ :	convective heat transfer coefficient [ $\text{W}/\text{m}^2\text{C}$ ]		
$H$ :	sensible heat exchange between ambient air and leaves [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]		
$H_{vap}$ :	sensible heat exchange of vapor between ambient air and leaves by transpiration [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]		
$P_0$ :	standard atmospheric pressure [ $\text{Pa}$ ]	$PAR$ :	Photosynthetically Active Radiation
$q$ :	mean specific humidity [ $\text{Kg}/\text{Kg}$ ]	$Q_{NIR}$ :	NIR absorbed by leaves [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]
$Q_{PAR}$ :	PAR absorbed by leaves [ $\text{W}/\text{m}^2$ ], [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ],	$1 [\text{W}/\text{m}^2] \sim 4.6 [\mu\text{mol}/\text{sm}^2]$	
$\mathbf{r}$ :	unit directional vector for radiance	$(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)$ :	inner product of $\mathbf{r}_1$ and $\mathbf{r}_2$
$R$ :	ideal gas constant	$R$ :	reflectivity of a single leaf (short wave)
$R_d$ :	day respiration [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ]	$R_{net}$ :	net long wave radiation [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]
$T$ :	transmissivity of a single leaf (short wave)	$u$ :	velocity of ambient air (absolute value) [ $\text{m}/\text{s}$ ]
$U_i$ :	mean velocity [ $\text{m}/\text{s}$ ]	$V_m$ :	Rubisco capacity [ $\text{mol}/\text{sm}^2$ ], empirical constant
$\Theta$ :	mean air temperature [ $\text{C}$ ]	$\Theta_l$ :	leaf temperature [ $\text{C}$ ]

$\alpha$ :	quantum efficiency for CO <sub>2</sub> uptake, empirical constant	$\beta$ :	coefficient of volume expansion
$\Gamma_*$ :	composition point [Pa]	$\varepsilon$ :	visous energy dissipation rate
$\varepsilon$ :	emissivity of a single leaf (long wave)	$\rho$ :	moist air density
$\rho_a$ :	dry air density	$\sigma$ :	Stefan-Boltzman constant
$\tau$ :	CO <sub>2</sub> /O <sub>2</sub> -sepecificity ratio [-]	$\omega$ :	solid angle

The subscripts  $L$  and  $l$  indicate 'leaf'.

The superscript 0 in  $V_m^0$  and  $R_d^0$  indicates an intermediate value corrected according to eq.(9-3-12).

## 参考文献

- [1] Avissar, R., Avvisar, P., Mahrer, Y., and Bradvo, B.A.: A model to simulate plant stomata response to environmental parameters, *Agri. Forest Meteorol.*, vol.34, 21-29, 1985.
- [2] Ball, J.T.: *An Analysis of Stomatal Conductance*, Stanford University, Ph.D thesis, 1988.
- [3] Berry, J.A. and farquhar, G.D.: The CO<sub>2</sub> concentrating function of C<sub>4</sub> photosynthesis: a biochemical model, in *Proc. of 4th International Congress on Photosynthesis*, ed. by Hall, D., Coombs, J., Goodwin, T., 119-131, 1978.
- [4] Bird, R.B., Stewart, W.E., and Lightfoot, E.N.: *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons, Inc., 1960.
- [5] Camillo, P.J., Gurney, R.J., and Schmutge, T.J.: A soil atmospheric boundary layer model for evapotranspiration and soil moisture studies, *Water Resource Research*, vol.19, 371-380, 1983.
- [5] Collatz, G.J., Grivet, C., Ball, J.T., and Berry, J.A.: Physiological and environmental regulation of stomatal conductance, photosynthesis and transpiration: a Model that includes a laminar boundary layer, *Agri. Forest Meteorol.*, vol.54, 107-136, 1991.
- [7] Collatz, G.J., Ribas-Carbo, M., and Berry, J.A.: Coupled photosynthesis-stomatal conductance model for leaves of C<sub>4</sub> plants, *Aust. J. Plant Physiol.*, vol.19, 519-538, 1992.
- [8] Cowan, I.R.: Mass, heat and temperature exchange between stands of plants and their atmospheric environment, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, vol.94, 523-544, 1968.
- [9] Daudet, F.A., Silverstre, J., Ferreira, M.I., Valancogne, C., and Pradelle, F.: Leaf boundary layer conductance in a vineyard in Portugal, *Agri. Forest Meteorol.*, vol.89, 255-267, 1998.
- [10] Farquhar, G.D., von Caemmere, S., and Berry, J.A.: A biochemical model of photosynthetic CO<sub>2</sub> assimilation in leaves of C<sub>3</sub> species, *Planta*, vol.149, 255-267, 1980.
- [11] Farquhar, G.D. and Wing, S.C.: An empirical model of stomatal conductance, *Aust. J. Physiol.*, vol.11, 191-210, 1984.
- [12] Finnigan, J.J., Turbulent transport in flexible plant canopies, in *The Forest-Atmosphere Interaction*, ed. by Hutchison, B.A. and Hicks, B.B., 443-480, 1985.
- [13] Finnigan, J.J.: Turbulence in plant canopies, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol.32, 519-571, 2000.
- [14] Gausman, H.W. and Allen, W.A.: Optical parameters of leaves of 30 plant species, *Plant Physiol.*, vol.52, 57-62, 1973.
- [15] Gibson, M.M. and Launder, B.E.: Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer, *J. Fluid Mech.*, vol.86, 491-511, 1978.
- [16] Goudriaan, J.: *Crop Micro-Meteorology: A Simulation Study*, PUDOC, Centre for Agri. Pub. And Doc. Wageningen, The Netherlands, 1977.
- [17] Hanjalic, K. and Launder, B.E.: A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows, *J. Fluid Mech.*, vol.52, 609-638, 1972.



- [18] Harley, P.C. and Tenhunen, J.D.: Modeling the photosynthetic response of  $C_3$  leaves to environmental factors, in *Modeling Crop Photosynthesis – from biochemistry to canopy*, ed. by Boote, K.J. and Loomis, R.S., CSSA Special Publication No.19, 17-39, 1991.
- [19] Harley, P.C., Ythomas, R.B., Reynolds, J.F., and Strain, B.R.: Modelling photosynthesis of cotton grown in elevated  $CO_2$ , *Plant, Cell and Environ.*, vol.15, 271-282, 1992.
- [20] Herkelrth, W.N., Miller, E.E., and Garner, W.R.: Water uptake by plants: 1. divided root experiments, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, vol.41, 1033-1038, 1977a.
- [21] Herkelrth, W.N., Miller, E.E., and Garner, W.R.: Water uptake by plants: 2. the root contact model, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, vol.41, 1039-1043, 1977b.
- [22] Hillel, D.: *Application of Soil Physics*, Academic Press, 1980.
- [23] Hitter, A.H. and Hay, R.K.M. : *Environmental Physiology of Plants*, Academic Press, 1981.
- [24] Huang, P.G. and Leschziner, M.A.: Stabilization of recirculating-flow computations performed with second-moment closures and third-order discretizations, *5th Symposium on Turbulent Shear Flows*, 20.7-12, 1985.
- [25] Inoue, E.: On the turbulent structure of air-flow within crop canopy, *J. Meteorol. Soc. Japan*, vol.41, 317-325, 1963.
- [26] Ishimaru, A.: *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, vol.1, Academic Press, 1978.
- [27] Jarvis, P.G.: The interpretation of the variations in leaf water potential and stomatal conductance found in canopies in the field, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B* vol.273, 593-610, 1976.
- [28] Kondo, J. and Akashi, A.: Numerical study of the two dimensional flow in horizontally homogeneous canopy layers, *Boundary-layer Meteorol.*, vol.10, 255-272, 1976.
- [29] Launder, B.E., Reece, G.J., and Rodi, W.: Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid Mech.*, vol.68, 537-566, 1975.
- [30] Lemon, E., Stewart, D.W., and Schawcroft, R.W.: The sun's work in a cornfield, *Science*, vol.174, 371-378, 1971.
- [31] Lynn, B.H. and Carlson, T.N.: A stomatal resistance model illustrating plants vs. external control of transpiration, *Agric. Forest Meteorol.*, vol.52, 5-43, 1990.
- [32] Mellor, G.L. and Yamada, T.: A hierarchy of the turbulence closure models for the planetary boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, vol.31, 1791-806, 1974.
- [33] Meyers, T.M. and Paw U, K.T.: Modelling the plant canopy micro-meteorology with higher order closure principles, *Agri. Forest Meteorol.*, vol.41, 143-163, 1987.
- [34] Moltz, F.J.: Water transport in the soil-root system: transient analysis, *Water Resour. Res.*, vol.12, 805-808, 1976.
- [35] Moltz, F.J.: Simulation of plant water uptake, in *Modeling Waste Water Renovation by Land Application*, ed. by Iskandar, I.K., John Wiley, New Nork, 1981a.
- [36] Moltz, F.J.: Models of water transport in the soil-plant system: a review, *Water Resour. Res.*, vol.17, 1245-

1260, 1981b.

- [37] Moltz, F.J. and Ikenberry, E.: Water transport through plant cells and cell walls: theoretical development, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol.38, 699-704, 1974.
- [38] Naot, O. and Mahrer, Y.: Modelling microclimate environments: A verification study, *Boundary-Layer Meteorol.*, vol.46, 333-354, 1989.
- [39] Newman, E.I.: Root-soil water relations, in *The Plant Root and its Environment*, ed. by Carson, E.W., The University Press of Virginia, Charlottesville, 363-440, 1974.
- [40] Nobel, P.S.: *Biophysical Plant Physiology and Ecology*, Freeman, 1983.
- [41] Norman, J.M.: Modelling the complete crop canopy, in *Modification of the Aerial Environment of Plants*, ed. by Barfield, B. and Gerber, J., Am. Soc. Agri. Eng. Monograph, No.2, 249-277, 1979.
- [42] Paltridge, G.W. and Platt, C.M.: *Radiative Processes in Meteorology and Climatology*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
- [43] Philip, J.R. and de Vries, D.A.: Moisture movement in porous materials under temperature gradients, *Eos Trans. Am. Geophys. Union*, vol.38, 222-232, 1957.
- [44] Ranson, K.J.: *A Study of the Angular Reflectance Characteristics of Corn and Soybean Canopies*, Ph.D. Thesis, 1983.
- [45] Raupach, M.R. and Shaw, R.H.: An averaging procedure for flow within vegetation canopies, *Boundary-Layer Meteorol.*, vol.22, 79-90, 1982.
- [46] Raupach, M.R., Coppin, P.A., and Legg, B.J.: Experiments on scalar dispersion within a model plant canopy. Part I, The turbulence structure, *Boundary-Layer Meteorol.*, vol.35, 21-52, 1986.
- [47] Ross, J.: Radiation exchange in plant canopies, in *Heat and Mass Transfer in the Biosphere, I, Transfer Processes in Plant Environment*, ed. by de Vries, D.A. and Afgan, N.H., pp.327-336, Scripta Book Co., 1975.
- [48] Ross, J.: *The Radiation Regime and Architecture of Plant Stands*, Dr W. Junk, 1981.
- [49] Sasamori, T.: A numerical study of atmospheric and soil boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, vol.27, 1122-1137, 1970.
- [50] Shaw, R.H., den Hartog, G., King, K.M., and Thurtell, G.W.: Measurements of mean wind flow and three-dimensional turbulence intensity within a mature corn canopy, *Agric. Meteorol.*, vol.13, 419-425, 1974a.
- [51] Shaw, R.H., Silversides, R.H., and Thurtell, G.W.: Some observations of turbulence and turbulent transport within and above plant canopies, *Boundary-Layer Meteorol.*, vol.5, 429-449, 1974b.
- [52] Shaw, R.H. and Seginer, I.: Calculation of velocity skewness in real and artificial plant canopies, *Boundary-Layer Meteorol.*, vol.39, 315-332, 1987.
- [53] Siegel, R. and Howell, J.R.: *Thermal Radiation Heat Transfer*, McGraw-Hill, 1972.
- [54] Svensson, U. and Haggkvist, K.: A two-equation turbulence model for canopy flows, *J. Wind Eng. and Industrial Aerodyn.*, vol.35, 201-211, 1990.

- [55] Szeicz, G.: Solar radiation in crop canopy, *J. Appl. Ecol.*, vol.11, 1117-1156, 1874.
- [56] Tanaka, K.: multi-layer mode of CO<sub>2</sub> exchange in a plant community coupled with the water budget of leaf surfaces, *Ecol. Modell.*, vol.147, 85-104, 2001.
- [57] Thorgeirsson, H. and Soegaard, H.: Simulated carbon dioxide exchange of leaves of barley scaled to the canopy and compared to measured fluxes, *Agri. Forest Meteorol.*, vol.98&99, 479-489, 1999.
- [58] Uno, I., Ueda, H., and Wakamatsu, S.: Numerical modeling of the nocturnal urban boundary layer, *Boundary-layer Meteorol.*, vol.49, 77-98, 1989.
- [59] von Caemmerer, S.: *Biochemical Models of Leaf Photosynthesis*, CSIRO Pub., 2000.
- [60] Waggoner, P.E. and Reifsnnyder, R.E.: Simulation of the temperature, humidity and evaporation profiles in a leaf canopy, *J. Appl. Meteorol.*, vol.7, 400-409, 1968.
- [61] Wilson, J.D.: A second-order closure model for flow through vegetation, *Boundary-Layer Meteorol.*, vol.42, 371-392, 1988.
- [62] Wilson, N.R. and Shaw, R.H.: A higher order closure model for canopy flow, *J. Appl. Meteorol.*, vol.16, 1197-1205, 1977.
- [63] Yamada, T.: A numerical model study of turbulence airflow in and above a forest canopy, *J. Meteorol. Soc. Japan*, vol.60, 439-454, 1982.
- [64] 平岡, 鶴野, 中嶋: ニューラルネットワークを利用した気孔コンダクタンスの非線形重回帰モデル, 日本建築学会計画系論文報告集, 第484号, 25-32, 1996.
- [65] 平岡: 気孔コンダクタンスのモデル化に関する研究, 科学研究補助金研究成果報告書, 課題番号 09650649, 1999.
- [66] 堀江: 気象と作物の光合成, 蒸散そして成長に関するシステム生態学的研究, 農業技術研究所報告 A 第28号, 1-181, 1981.
- [67] 井上 君男: 耕地環境におけるエネルギーと物質の交換に関する農業気象学的研究, 学位論文, 1985.
- [68] 神田, 日野: 大気-植生-土壌系モデル(NEO-SPAM)による数値シミュレーション, (1) 植生効果のモデリング, 水門・水資源学会誌, vol.3, 37-46, 1990a.
- [69] 神田, 日野: 大気-植生-土壌系モデル(NEO-SPAM)による数値シミュレーション, (2) 植生の気候緩和効果の数値実験, 水門・水資源学会誌, vol.3, 47-55, 1990b.
- [70] 松本 衛: 建築壁体における熱・水分の同時移動および水分蓄積に関する研究, 京都大学学位論文, 1978.
- [71] 村上, 加藤, Launder, B.E., and 鈴木: 層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究 (その6), 生産研究, vol.40, 67-70, 1988a.
- [72] 村上, 加藤, Launder, B.E., and 鈴木: 層流型クリーンルーム内の気流性状・汚染物拡散性状に関する研究 (その7), 空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集, 717-720, 1988b.
- [73] 日本建築学会 (編): 建築資料集成 1 環境, 丸善, 1978.



- [74] 日本建築設備士協会（編）： 空調設備の動的熱負荷計算入門，1980.
- [75] 宇田川： 作物個体群の葉群構造とそのモデル化、 農業技術研究所報告 D 第 31 号，127-202，1980.
- [76] 吉本，原蘭，河村： 大気—植生—土壌系モデルによる高温・高  $\text{CO}_2$  濃度条件下のダイズ群落における  $\text{CO}_2$  収支の解析， 農業気象， vol.56, 163-179, 2000.
- [77] ランダウ，リフシツ： 流体力学，東京図書，1970.
- [78] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [79] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [80] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [81] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [82] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [83] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [84] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [85] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [86] Hirasaka, H. and Sakashima, H.: A two-phase turbulence model of a forest canopy using a neural network, in: Progress in Agricultural Information Technology, vol. 14, (Benjamin Zhai), pp. 102-110, Elsevier, Academic Press, 2002.
- [87] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [88] 宇田川，河村，山崎： 液相中葉群構造の解析，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，植物の環境制御と生産性向上のための基礎研究，pp.173-185，1999年.
- [89] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [90] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [91] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [92] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [93] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [94] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.
- [95] Hirasaka, H.: Modeling of Turbulent Flow within Plant Urban Canopies, J. Appl. Engineering and Informatics, vol. 14, pp. 173-185, 1997.

## 発表論文

- [1] 平岡久司, 丸山 敬, 中村泰人, 桂 順治: 植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究, (その1) 乱流モデルの作成, 日本建築学会計画系論文報告集, 第406号, pp. 1-9, 1989年.
- [2] 平岡久司, 丸山 敬, 中村泰人, 桂 順治: 植物群落内および都市キャノピー内の乱流モデルに関する研究, (その2) 実験データとの比較によるモデルの検証, 日本建築学会計画系論文報告集, 第416号, pp. 1-8, 1990年.
- [3] 平岡久司, 中村泰人: Ross, J. の植物群落内放射輸送モデルに関する研究, (その1) Szeicz, G. の測定データとの比較, 日本建築学会計画系論文報告集, 第416号, pp. 17-24, 1990年.
- [4] 平岡久司: Ross, J. の植物群落内放射輸送モデルに関する研究, (その2) Ranson, K. J. の測定データとの比較, 日本建築学会計画系論文報告集, 第443号, pp. 1-61, 1993年.
- [5] Hiraoka, H.: Modelling of Turbulent Flows within Plant/Urban Canopies, J. Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 46&47, pp. 173-182, 1993.
- [6] 平岡久司, 鵜野伊津志, 中嶋洋: ニューラルネットワークを利用した気孔コンダクタンスの非線形重回帰モデル, 日本建築学会計画系論文報告集, 第484号, pp. 25-32, 1996年.
- [7] 平岡久司: Ross の植物群落内放射輸送方程式の拡散近似解法に関する研究, 日本建築学会計画系論文報告集, 第495号, pp. 31-36, 1997年.
- [8] 平岡久司: Ross の植物群落内放射輸送方程式の拡散近似解法の予測精度の検討, 日本建築学会計画系論文報告集, 第512号, pp. 9-15, 1998年.
- [9] Hiraoka, H. and Nakashima, H.: A non-linear multi-regression model of stomatal conductance using a neural network, in "Progress of Agricultural Information Technology" (ed. by Chunjiang Zhao), pp. 102-110, International Academic Press, 2000.
- [10] 平岡久司: 樹木の熱・水分・二酸化炭素収支のモデル化に関する考察, 日本建築学会計画系論文集, 第546号, pp. 53-60, 2001.
- [11] 平岡久司: 植栽内熱・水分収支モデルの検証, 日本建築学会計画系論文集, 第558号, pp. 31-36, 2002.
- [12] Hiraoka, H.: Modeling the budgets of heat, water vapor, and carbon dioxide within a tree. In 'Advances in Fluid Modeling and Turbulence measurements', (ed. by Wada, A., Ninikata, H., and Tanaka, N.), pp. 727-734, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2002.
- [13] Hiraoka, H.: Modelling of Turbulent Flows within Plant/Urban Canopies, in First International Symposium on Computational Wind Engineering, held at Tokyo, Japan, pp. 430-435, 1992.
- [14] Hiraoka, H.: Radiation Transfer Model within Plant Canopy, in Conference on Urban Thermal Environment, Special in Tohwa, 1992, held at Fukuoka, Japan, pp. 129-130, 1992.
- [15] Hiraoka, H.: Analytical Investigation on an Effect of Shielding Solar Radiation by

- vegetation, in Proc. PAN Pacific Symposium on Building and Urban Environmental Conditioning in ASIA, held at Nagoya, Japan, pp.173-182, 1995.
- [16] Hiraoka, H.: An Estimate of the Balances of Heat, Water Vapor, and Carbon Dioxide within a tree by Means of a Simulation Model, Third International Symposium on Computational Wind Engineering, held at Birmingham, England, pp.207-210, 2000.
- [17] Hiraoka, H.: An investigation of the effect of environmental factors on the budgets of heat, water vapor, and carbon dioxide within a tree, 3<sup>rd</sup> International Symposium on Advanced Energy Conversion Systems and Related Technologies, (CD-ROM), pp.718-724, held at Nagoya, Japan, 2001.
- [18] Hiraoka, H.: Simulating the microclimate produced by a single tree, First International Workshop on Architectural and Urban Ambient Environment, (CD-ROM), 12p., held at Nantes, France, 2002.